www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

9e JAARGANG No. 3, blz. 65-96 MAART 1947

Philips Technisch Tijdschrift

BEHANDELENDE TECHNISCHE VRAAGSTUKKEN
SAMENHANGENDE MET DE PRODUCTEN, WERKWIJZEN EN ONDERZOEKINGEN
VAN DE N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN

REDACTIE: HET NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN, EINDHOVEN

PROBLEMEN BIJ DE FOTOGRAFISCHE REPRODUCTIE, IN HET BIJZONDER VAN SPREKENDE FILM

door C. J. DIPPEL en K. J. KEUNING. 778.588.3:771.534.553

Het oplossend vermogen van een film, vervaardigd volgens de gebruikelijke fotografische methoden, is beperkt door de diffusiehalo die door de filmkorrels ontstaat. Om bij de projectie scherpe beelden te krijgen, is derhalve een bepaald minimum formaat van de filmbeeldjes vereischt. Draagt de film een geluidspoor en ligt de afspeelsnelheid vast, dan veroorzaakt het beperkte oplossend vermogen (ondanks toepassing van de zg. compensatie-methode bij opnemen en copieeren) een benadeeling der hooge tonen. Om de diffusiehalo tegen te gaan is een hooge „gamma", van bijv. 4 of 5, van de film gewenscht. Voor de beeldreproductie schrijft echter de voorwaarde van Goldberg een gamma in de buurt van 1 of 2 voor. Het compromis dat dus moet worden gesloten, als men op de gebruikelijke wijze een beeldfilm en een geluidspoor naast elkaar op één filmband copieert, doet in de geheele tegenwoordige cinematechniek zijn invloed gevoelen.

Een nieuw systeem voor fotografische reproductie, dat tijdens de oorlog in de Philips Laboratoria is ontwikkeld en dat berust op het gebruik van een diazoniumverbinding gecombineerd met een kwikzout, geeft voor het probleem van het copieeren van sprekende films een veel eenvoudigere en goedkoopere oplossing. De meest opvallende eigenschappen van dit systeem zijn het zeer groote oplossend vermogen (1000 lijnen per mm) en de locaal regelbare gamma (tusschen bijv. 1 en 8). Een nadere beschrijving van het systeem en zijn toepassingsmogelijkheden zal binnenkort in dit tijdschrift worden gegeven.

In de oorlogsjaren is in de Philips Laboratoria door een groep onderzoekers een geheel nieuw systeem van fotografische reproductie uitgewerkt. Bij de ontwikkeling hiervan is, behalve aan nog nader aan te duiden, ten deele nieuwe toepassingsmogelijkheden, o.a. aan het maken van copieën van sprekende film gedacht. In een der volgende afleveringen van dit tijdschrift hopen wij een beknopte uiteenzetting van het nieuwe reproductiesysteem, van zijn eigenschappen en van de merkwaardige perspectieven voor zijn toepassing te geven. Het leek ons echter gewenscht, hieraan een beschouwing vooraf te laten gaan van de voornaamste problemen die zich bij de fotografische reproductie, speciaal van sprekende film, voordoen. Immers, de gebruikelijke fotografische methoden, voor het meerendeel gebaseerd op de toepassing van zilverhalogenidesystemen, hebben in de laatste decennia een zoo hooge trap van volmaaktheid bereikt, dat men zich wellicht zal afvragen, of het niet overmoedig en overbodig is om hier een nieuw systeem naast te willen plaatsen. Wij hopen, dat uit hetgeen volgt duidelijk zal worden, welke bezwaren van de bestaande methoden aanleiding tot de nieuwe ontwikkeling hebben gegeven, en welke plaats het nieuwe systeem zal kunnen innemen.

Gezichtspunten voor de beoordeeling van een reproductiesysteem

Door van fotografische reproductie te spreken, hebben wij reeds tot uitdrukking willen brengen dat niet het opnemen van een sprekende film maar het copieeren er van het onderwerp van onze beschouwingen vormt. Tusschen deze twee bewerkingen bestaan, ook indien beide geheel langs fotografische weg geschieden, groote verschillen. Bij het opnemen moet men, om de wisselingen van het beeld en de klank met voldoende scherpte vast te leggen, zeer kort belichten, bij het copieeren is in principe een willekeurig lange belichtingstijd mogelijk. Bij het opnemen van het beeld (ook al is het geen kleurenopname) moet het filmmateriaal een kleurgevoeligheid, ongeveer gelijk aan die van het oog, bezitten, teneinde het beeld op de juiste wijze in tinten van grijs te vertalen. Voor het copieeren van het zwart-witte beeld kan het copieermateriaal een willekeurige spectrale gevoeligheid bezitten, mits het maar gevoelig is voor de, eveneens in eerste instantie willekeurige, kleur der lichtbron die men voor het copieeren bezigt.

Hiermee hebben we eenige eigenschappen genoemd, waar het bij een reproductiemateriaal

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

niet op aan komt. Waar het wèl op aan komt, zijn voornamelijk de volgende punten.

In de eerste plaats de weergavekwaliteit. Bij het beeld is voor een goede kwaliteit noodig: een voldoende scherpte en een juiste gradatie in de halftinten. Bij het geluid wenscht men, dat de hooge tonen, die bij de meeste weergavesystemen het kind van de rekening worden, nog in voldoende mate behouden blijven; dat er geen niet-lineaire vervorming geïntroduceerd wordt; en dat de toonhoogte van elke toon volkomen constant blijft (dwz. dat het bij gramofoonplaten bekende „janken" uitgesloten is).

Een andere eisch die men aan de copieën van een film stelt, is: de kosten van copieermateriaal en copieerbewerking moeten laag zijn, daar men hier in vele gevallen met een massaproductie te maken heeft — in tegenstelling met de opname, waar bijv. de kosten van het filmmateriaal in het niet vallen naast de kosten van acteurs, decors, regie, enz. In het bijzonder zal deze eisch gelden, wanneer men zich voorstelt de toepassing van beeld- en geluidsfilm ook buiten de bioscoop ingang te doen vinden.

Verdere eischen zijn: de filmcopie moet goed houdbaar en liefst niet te gemakkelijk aan beschadiging onderhevig zijn. Onbrandbaarheid strekt tot aanbeveling — vandaar in sommige gevallen de voorkeur voor de 8 en 16 mm breede zg. smalfilm, die uit onbrandbaar materiaal wordt gemaakt —, maar zij wordt niet beschouwd als conditio sine qua non.

Tenslotte zij nog gewezen op eenige eigenschappen die we bij een geluidspoor op filmband niet behoeven te eischen omdat het deze altijd heeft, maar die van belang zijn als men de geluidsregistratie op film met die op gramofoonplaten vergelijkt: de lange, ononderbroken speelduur die met één normale filmrol wordt verkregen; in verband hiermede ook het gemak van opbergen en transporteeren van de copieën (de volumina van het geregistreerde, noodig voor eenzelfde speelduur, ontloopen elkaar bij gramofoonplaat en normaal filmband niet veel); en voorts het automatisch synchroon loopen van beeld en geluid als deze naast elkaar op één filmband staan. Om dit laatste naar waarde te schatten, moet men zich realiseeren, dat het in het begin van de geschiedenis van de sprekende film, toen het geluid door gramofoonplaten werd geleverd, bij het afspelen van een film vrij moeilijk was om te zorgen, dat het geluid altijd precies bij het juist op het doek verschenen beeld paste. Bij de moderne oplossing vervalt dit probleem; de taak van het synchroniseeren is nu verschoven naar het copieerproces. Het is nl. gebleken dat het met het oog op de gewenschte kwaliteit van het geluid practisch onmogelijk is beeld en geluid gelijktijdig op de film te registreeren. Men neemt derhalve gewoonlijk het geluid afzonderlijk op en copieert vervolgens de beeldfilm en het geluidspoor naast elkaar op één filmband, waarbij men dus voor de juiste onderlinge ligging van bij elkaar behoorend beeld en geluid moet zorgen.

De gezichtspunten, die in dit hoofdstuk naar voren gebracht werden, zijn niet alle onafhankelijk van elkaar. We hebben bijv. gezien, dat de gevoeligheid van het copieermateriaal er in eerste instantie niets toe deed, daar men bij het copieeren in principe niet gedwongen is om kort te belichten. Maar via het gezichtspunt van de kosten van de copieerbewerking komt de gevoeligheid toch weer in het geding, daar het copieeren niet te veel tijd mag vragen. Nog belangrijker is de koppeling tusschen de gezichtspunten van de kosten en de weergavekwaliteit. Deze komt in het volgende hoofdstuk ter sprake.

Het oplossend vermogen van de film

De materiaalkosten van een filmcopie zullen lager zijn naarmate het beeldformaat kleiner wordt gekozen en naarmate men met een kleinere afspeelsnelheid werkt. Het een en het ander werkt immers het comprimeeren van een lange speelduur op een kleine filmlengte in de hand.

Daar men in het algemeen 24 beeldjes per seconde wil projecteeren, ligt de afspeelsnelheid van een beeldfilm reeds vast zoodra we het beeldformaat (beeldhoogte) hebben gekozen. Heeft men een filmband die alleen een geluidspoor draagt — dit geval doet zich bijv. voor bij toepassing van het Philips-Miller-registratiesysteem in omroepstudio's [1]) — dan is men in eerste instantie nog vrij in de keuze van de snelheid waarmee men opnemen en afspelen wil.

Hoe kleiner men nu echter het beeldformaat resp. de afspeelsnelheid kiest, des te moeilijker wordt het te voldoen aan de eischen die men aan de kwaliteit van de weergave stelt. We lichten dit eerst toe voor het beeld, daarna voor het geluid.

De eerste moeilijkheid bij een zeer klein beeld is het hierop concentreeren van de groote lichtstroom die men noodig heeft voor het verkrijgen van een voldoende helder beeld op het projectiedoek. O.a. is hiervoor noodig dat de lichtbron een zeer groote helderheid bezit [2]). Een tweede moeilijkheid echter, die in de film zelf schuilt, is het verkrijgen van een

[1]) Philips techn. T. 5, 83, 1940.
[2]) Zie bijv. Philips techn. T. 4, 2, 1939, en 8, 72, 1946.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

voldoende scherp projectiebeeld. Het is algemeen bekend, dat het vergrooten van een fotografisch beeld slechts tot een bepaalde grens zin heeft, daar de vergrooting dan onscherp wordt en er bij verdere vergrooting geen nieuwe details te voorschijn komen. Deze grens geeft men gewoonlijk aan door het oplossend vermogen van de film. Om het beeldformaat zeer klein te kunnen maken zonder de scherpte van het projectiebeeld in gevaar te brengen, moet de film een zeer groot oplossend vermogen bezitten.

We zijn hier bij een cardinaal punt van de fotografische reproductie aangeland. Het is daarom zaak nog iets langer bij het begrip „oplossend vermogen" stil te staan. Men kan dit op verschillende wijzen definieeren. De meest gangbare manier is het opgeven van het aantal strepen per mm van een tralie dat op de film nog juist kan worden geregistreerd zonder dat de strepen in elkaar vloeien (*fig. 1*). Dit is natuurlijk een vrij subjectieve maat, die tevens afhankelijk is van allerhande objectieve factoren, zooals belichtingssterkte van het tralie, breedte en contrast van de lichte en donkere gedeelten, enz. Het is daardoor soms moeilijk om opgaven van verschillende onderzoekers over het oplossend vermogen van films te vergelijken. Het oplossend vermogen van normale positief-film die voor het maken van filmcopieën wordt gebezigd, bedraagt ca 55 strepen per mm. Dat van Kodak-„Panatomic"-film, die voor gewone fotografie is bestemd, is iets hooger, nl. 60 lijnen/mm bij normale en 70 lijnen/mm bij

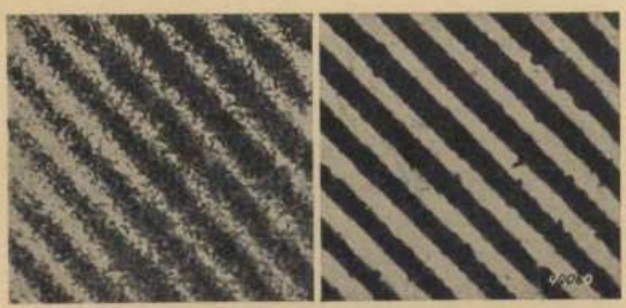
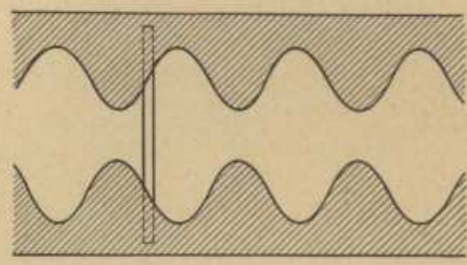


Fig. 1. Het beperkte oplossend vermogen van een film. Bij afbeelding van een tralie op de film gaan de strepen in elkaar vloeien, wanneer de afstand der strepen op de film te klein wordt. *a*) Tralie opgenomen op film met gering oplossend vermogen. *b*) Zelfde tralie opgenomen op film met veel grooter oplossend vermogen. (Ontleend aan: W. Meidinger, Die theoretischen Grundlagen der photographischen Prozesse, J. Springer, Wien 1932.)

zg. fijnkorrel-ontwikkeling; nog beter zijn de Kodakfilms „High-Contrast Positive" (100 lijnen/mm) en „Microfile" (160 lijnen/mm).

Alvorens wij de oorzaken en de consequenties van dit beperkte oplossend vermogen nader beschouwen, willen we ook de situatie voor de geluidsweergave nog bespreken. We bepalen ons tot geluidsregistratie in het zg. amplitudeschrift (*fig. 2*), hoewel voor zg. intensiteitsschrift soortgelijke overwegingen gelden. Men ziet gemakkelijk in, dat men bij het geluid een in groote trekken analoge situatie



40960

Fig. 2. Geluidspoor, geregistreerd op filmband in zg. amplitudeschrift. Dit spoor wordt afgespeeld door hierop een smalle lichtstreep te werpen die loodrecht staat op de filmrichting; het doorgelaten licht wisselt met de breedte van het spoor, deze wisselingen worden via een fotocel en versterker hoorbaar gemaakt.

als bij het beeld heeft. Immers, het opteekenen van geluid is wederom een kwestie van een scherpe weergave van bepaalde details. Het geluidspoor van een toon van bijv. 9000 per/sec, opgenomen bij een filmsnelheid van 30 cm/sec, bevat 30 sinussen op 1 mm! Om deze 30 sinussen exact op te teekenen, zou de film een buitengewoon hoog oplossend vermogen moeten bezitten, veel hooger dan de bovengenoemde waarden. Bij een onvoldoend oplossend vermogen worden de sinussen, zooals we nog zullen zien, op een zoodanige manier vervormd opgeteekend, dat 1) een aantal harmonischen van de oorspronkelijke frequentie en, bij registratie van samengestelde klanken, ook som- en verschiltonen ontstaan (niet-lineaire vervorming), en 2) de amplitude van de oorspronkelijke toon verkleind wordt. Deze effecten zullen des te sterker optreden naarmate men hoogere tonen wil registreeren en naarmate men de film langzamer wil laten loopen. Voor bepaalde toelaatbare waarden van vervorming en amplitudeverlies in de hooge tonen is dus, als men de filmsnelheid wil kunnen reduceeren, weer een hoog oplossend vermogen van de film noodzakelijk.

Oorzaak van het beperkte oplossend vermogen

Het ligt voor de hand dat het beperkte oplossend vermogen van een film verband zal houden met de bekende „filmkorrel". Intusschen is de korrelige structuur van de emulsie[3]) op zichzelf zoo fijn, dat de

[3]) De aanduiding „emulsie" is eigenlijk verkeerd: men heeft hier te maken met een kolloïdale oplossing, niet van vloeistofbolletjes maar van vaste deeltjes, de AgBr-korrels, in de gelatine. Het is echter dermate gebruikelijk om hier te spreken van emulsie, dat we hiervan niet willen afwijken

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

onregelmatigheid hiervan het oplossen van een tralie van aanzienlijk meer dan 50 resp. 70 strepen per mm nog zou toelaten. Het storende effect is veeleer de diffusiehalo die bij het belichten van de film ontstaat door lichtverstrooiing aan de korrels, binnen de emulsie. Deze verstrooiing maakt dat er in de troebele emulsielaag licht werkzaam is op plaatsen waar het niet hoort. Daardoor treedt, afhankelijk van de sterkte (en ook van de golflengte) van de belichting, een meer of minder groote „beeldspreiding" op. Weliswaar wordt dit verschijnsel bij de gebruikelijke gelatine-emulsies tot op zekere hoogte tegengewerkt door het zg. Ross-effect, een „beeldcontractie", veroorzaakt door het feit dat de gelatine ter plaatse van een zilverafscheiding (zwarting) eenigszins krimpt. Bij een bepaalde zwarting[4]) heffen de twee effecten elkaar juist op. Deze zwarting is echter voor practische doeleinden veel te klein (bijv. ongeveer 0,5). Bij de normaal vereischte zwartingen overheerscht de beeldspreiding volkomen. Deze doet dus de naburige strepen van een te fijn tralie, of in het algemeen details op al te kleine onderlinge afstand, in elkaar vloeien.

De grootte van de beeldspreiding kan men afleiden uit proeven waarbij een cirkelvormig beeldje met een diameter van bijv. 0,1 mm met verschillende belichtingen E (= verlichtingssterkte maal belichtingstijd) op de film inwerkt. Bij zulke proeven, het eerst gedaan door den astronoom Scheiner, bleek dat de diameter d van het verkregen fotografische beeld bij niet al te kleine en niet al te groote waarden van E kan worden voorgesteld door:

$$d = a + b \log \frac{E}{E_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Hierin is E_0 die belichting waarbij de beeldspreiding juist door het Ross-effect wordt opgegeven. Daar bij $E = E_0$ de tweede term rechts verdwijnt, is de constante a gelijk aan de ware beeldgrootte, die zonder het verschijnsel der beeldspreiding en -contractie zou worden verkregen. De beeldspreiding s is dus:

$$s = b \log \frac{E}{E_0}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

waarin b een empirisch bepaalde constante is.

Aangezien bij het maken van een opname of copie het verkrijgen van een bepaalde zwarting wordt vooropgesteld, drukken we de beeldspreiding als functie van de zwarting D uit. Het verband tusschen D en log E wordt voor elk fotografisch negatief of positief door een zwartingskromme als in *fig. 3* gegeven. Men karakteriseert deze kromme gewoonlijk kortweg door de „gamma", d.i. de helling γ van het

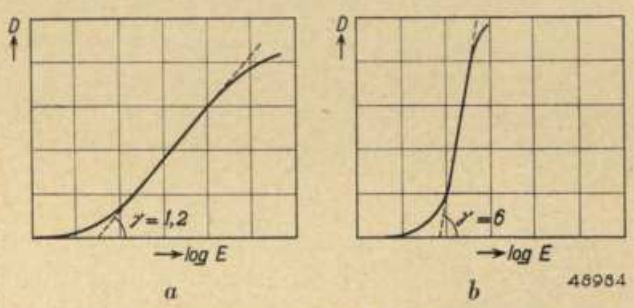


Fig. 3. Zwartingskromme voor een fotografisch negatief of positief, schematisch voorgesteld. D = zwarting, E = belichting (= verlichtingssterkte maal belichtingstijd), γ = helling van het rechtlijnige gedeelte der kromme. De gamma hangt van de filmsoort en de wijze van ontwikkelen af. *a*) Geval met lage gamma, *b*) geval met hooge gamma.

rechtlijnige gedeelte. Noemen we D_0 de zwarting die bij de belichting E_0 behoort (dus waarbij geen beeldspreiding resulteert), dan geldt:

$$D - D_0 = \gamma \, (\log E - \log E_0). \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Uit (2) en (3) volgt voor de beeldspreiding[5]):

$$s = \frac{b}{\gamma} (D - D_0). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

De voor de practijk belangrijke conclusie hieruit is, dat voor een beperking van de beeldspreiding en dus voor een verhooging van het oplossend vermogen, ceteris paribus een hooge gamma van de film gunstig is (waarbij natuurlijk vooropgesteld dient, dat b niet noemenswaard van γ afhangt). Men kan dit ook wel zonder formules eenigszins begrijpen. Het lichtcirkeltje, dat door de diffusie rondom een belicht plekje ontstaat, is in het midden het sterkst en neemt naar de periferie toe in sterkte af. Werkt men nu met een film met hooge gamma (bijv. die van de kromme in fig. 3*b*) en stuurt men op de voorgeschreven waarde van de zwarting D in het belichte plekje aan, dan zal in het omgevende cirkeltje slechts daar een merkbare zwarting ontstaan waar de belichting niet veel kleiner is dan in het plekje zelf; de resulteerende diffusiehalo blijft dus tot een fractie van het meergenoemde cirkeltje beperkt.

Bij een geluidspoor (fig. 2), waar men in principe

[4]) De „zwarting" wordt gedefinieerd als $D = \log I_0/I$, waarbij I de lichthoeveelheid is die de gezwarte plaat van de op haar vallende lichthoeveelheid I_0 doorlaat.

[5]) De vergelijking (3) geldt alleen als de zwarting D_0 (en D) op het rechte gedeelte der zwartingskromme ligt. Dit is meestal niet het geval, D_0 is hiervoor te klein. Men kan dan echter voor s toch de formule (4) opschrijven, waarbij alleen b en D_0 (en ook a in verg. (1)) andere constanten zijn, die men proefondervindelijk bepaalt.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

slechts met één zwartingswaarde te maken heeft[6]), is het inderdaad de juiste weg, te streven naar een zoo hoog mogelijke gamma. Bij beeldreproductie kan men deze weg niet bewandelen. Wij zullen straks nog eens hierbij aanknoopen.

Practische consequenties van het beperkte oplossend vermogen

a) *Voor het beeld*

Naar wij hebben gezien, heeft de beperking van het oplossend vermogen tot gevolg dat het beeldformaat van een te projecteeren film niet beneden een zekere grens mag worden gekozen. Deze grens is gemakkelijk globaal te becijferen. Rekenen we met het boven voor positief-film aangegeven oplossend vermogen van 55 lijnen per mm, dan zijn op de film details van ca 0,02 mm nog voldoende gescheiden; kleinere details vervloeien. Dit laatste is geen bezwaar als het oog van den bioscoopbezoeker het maar niet merkt. Zijn oog kan details, en dus ook fouten in hun weergave, normaal slechts waarnemen indien het deze details onder een gezichtshoek van ongeveer 1′ ziet (althans in het ons interesseerende helderheidsgebied). Dit correspondeert met 0,1 mm op de afstand van duidelijk zien (25 cm), met 6 mm op een afstand van 15 m, die we als gemiddelde afstand tusschen projectiedoek en toeschouwer kunnen beschouwen. Het filmbeeldje kan dus in de bioscoop 6 : 0,02 = 300 maal lineair vergroot worden geprojecteerd, zonder dat de toeschouwers, behalve op de bepaald slechte zitplaatsen dicht bij het doek, iets van het beperkte oplossend vermogen van de film bespeuren. Rekent men, dat het beeld in een bioscoop op een breedte van bijv. 6 m wordt geprojecteerd, dan komt men hiermee tot een minimaal vereischt beeldformaat op de film van 20 mm breed. Dit is inderdaad ongeveer de breedte van het beeld op de 35 mm-normaalfilm (de rest van de filmbreedte is gereserveerd voor geluidspoor en perforatie).

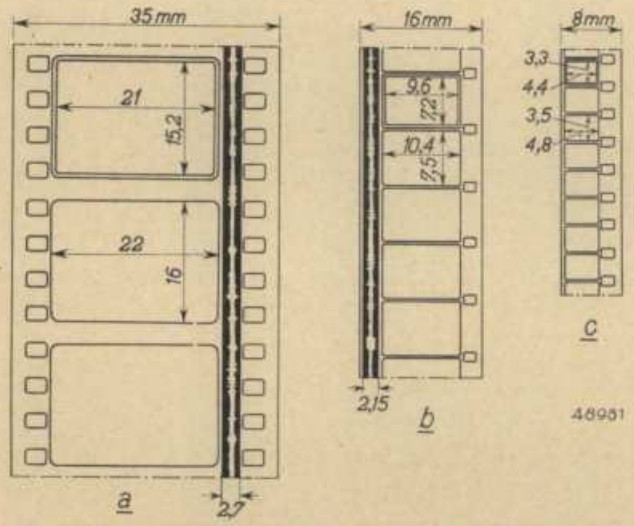


Fig. 4. De drie filmformaten, die practisch worden gebruikt: 35, 16 en 8 mm breed. Op elke film is aangegeven de breedte en hoogte der gefotografeerde beeldjes, de iets kleinere breedte en hoogte van het filmvenster in het projectie-apparaat (d.z. dus de afmetingen van het te projecteeren beeld) en de breedte van het geluidspoor.

Naast de 35 mm-film hebben zich ook de filmformaten van 16 en 8 mm breedte ingeburgerd, met overeenkomstige waarden voor breedte en hoogte van het beeld, die in *fig. 4* nader zijn aangegeven. Indien men 24 beelden per seconde projecteert, bedraagt de afspeelsnelheid voor de drie filmsoorten[7]) resp. 45,6 cm/sec, 18,3 cm/sec en 9,2 cm/sec.

Men ziet met één oogopslag hoeveel voordeeliger reeds de 16 mm-film is dan de 35 mm-film. Voor een voorstelling van 1 uur heeft men 10,5 m² van de 16 mm-film noodig tegenover 57,5 m² van de 35 mm-film. Zou men echter 16 mm-film projecteeren onder de omstandigheden als boven omschreven, dan staat het vast dat de grens van het oplossend vermogen van de genoemde positief-film reeds wordt overschreden en men dus geen beeld verkrijgt dat er volkomen scherp uitziet. Dat desondanks de 16 mm-film veel gebruikt wordt, is ten deele mogelijk doordat men den toeschouwer het beeld onder een kleinere hoek laat waarnemen (waarbij hij dan minder van de ongewenschte maar ook minder van de gewenschte bijzonderheden van het beeld kan zien). Ten deele is het te danken aan het feit, dat een zekere onscherpte bij bewegende beelden niet dadelijk hinderlijk behoeft te zijn: men heeft door de beweging als het ware geen tijd om de onscherpte te constateeren en de aandacht wordt door de beweging zelf ook wel eenigszins van de detailwaarneming afgeleid.

Bij 8 mm-film echter helpen ook deze verzachtende omstandigheden niet meer. Hoewel hiervoor steeds een speciale film gebruikt wordt („omkeer-

[6]) Heelemaal waar is dit niet. Het spoor wordt opgenomen, door een lichtspleet met varieerende lengte te fotografeeren. Tengevolge van de eindige breedte van deze spleet krijgt men aan de rand van het spoor een overgangszone met verloopende zwarting. Deze maakt, dat hier ter vermijding van vervorming de Goldberg-voorwaarde, waarop we hieronder te spreken komen, zou moeten worden toegepast, waardoor men niet meer vrij zou zijn in de keuze van de gamma. In de practijk blijkt echter de beeldspreiding zooveel belangrijker te zijn, dat de conclusie: streven naar hooge gamma, toch van kracht blijft.

[7]) Bij 8 mm-film projecteert men meestal slechts 16 beelden per seconde, zoodat de afspeelsnelheid 6,1 cm/sec wordt. Men kan hier met 16 beelden volstaan, daar de kleine filmbeeldjes in het algemeen met relatief geringe helderheid worden geprojecteerd en het oog dan minder gevoelig voor het flikkeren is. Voor de lagere afspeelsnelheid heeft men hier niet het beletsel van de geluidskwaliteit, daar de gebruikelijke 8 mm-film geen geluidspoor draagt; zie hieronder.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

film") met bijzonder fijne korrel, is het geprojecteerde beeld van een 8 mm-film eigenlijk nooit voldoende scherp. Van het smalle beeldformaat (4,8 mm) nog iets af te nemen om op de film ook een geluidspoor onder te brengen, is dan ook vrijwel onmogelijk. Bovendien zou de kleine voortloopsnelheid die de film bij de kleine beeldhoogte moet hebben, geen behoorlijke geluidsweergave meer toelaten. Op 8 mm-films treft men derhalve geen geluidspoor aan, en het gebruik er van is tot de huiskamer en tot amateurwerk beperkt gebleven.

b) *Consequenties voor het geluid*

Beschouwen we de afspeelsnelheid van de filmband als gegeven, dan stelt blijkens het voorafgaande het beperkte oplossend vermogen een grens aan de hoogste frequenties die nog met voldoende amplitude kunnen worden geregistreerd of gecopieerd (we zien hier af van een soortgelijke beperking die de eindige breedte van de lichtspleet bij opname en weergave veroorzaakt).

Om aan deze beperking zooveel mogelijk te ontkomen heeft men in de techniek van de geluidsfilm de methode der compensatie ontwikkeld. De beeldspreiding die bij het fotografisch opnemen van een geluidspoor optreedt, veroorzaakt een verschuiving van de zwart-wit grens, loodrecht op de rand van het geluidspoor. De grootte van de verschuiving is afhankelijk van de kromming van de oorspronkelijke rand. De resulteerende begrenzing is dus geenszins congruent met diegene die zonder beeldspreiding zou zijn opgetreden. *Fig. 5b* laat zien, dat een sinus vervormd wordt tot een suikerbroodachtige vorm: de toppen worden afgerond, de dalen worden door het in elkaar vloeien van naburige begrenzingen spits. Een niet-lineaire vervorming van het geregistreerde geluid, vooral in de hooge tonen, is het gevolg. Maakt men nu echter van het vervormde negatieve geluidspoor een positieve copie, dan treedt daarbij opnieuw een beeldspreiding op, die de spoorbegrenzing in tegenovergestelde richting als bij het vervaardigen van het origineel doet verschuiven. Door geschikte keuze van de zwartingen en eventueel de gamma's van de negatief- en de positief-film kan men bereiken, dat de beide beeldspreidingen elkaar ten naaste bij compenseeren; zie fig. 5c. De niet-lineaire vervorming is dan vrijwel opgeheven, er blijft echter, zooals een vergelijking van fig. 5c met fig. 5a leert, een merkbaar amplitudeverlies in de hooge tonen over. Om dit verlies zooveel mogelijk te beperken, is, ongeacht de toepassing van de compensatie, een vermindering van de beeldspreiding door een hooge gamma van negatief- en positief-film gunstig.

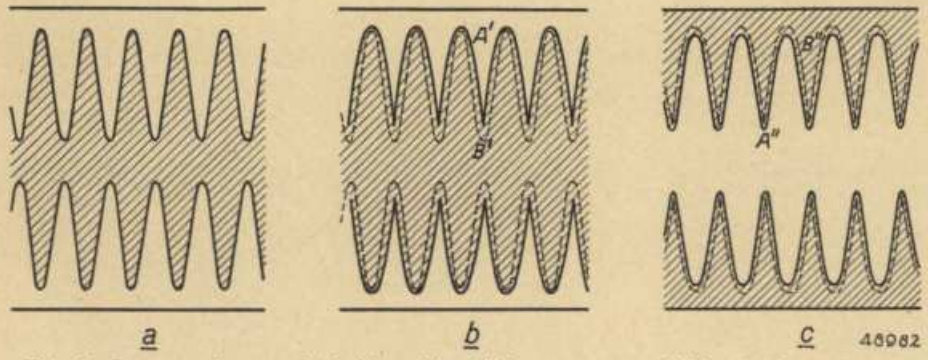


Fig. 5. Compensatie van de beeldspreiding bij het opnemen en bij het copieeren van een geluidspoor, schematisch voorgesteld.
a) Negatief spoor van een bepaalde toon, dat bij afwezigheid van beeldspreiding zou worden geregistreerd.
b) Door de beeldspreiding loopen de binnenste gedeelten B' van de sinussen min of meer dicht en ontstaan hier spitsen, terwijl de buitenste deelen A' afgeplat worden. De ideale vorm (*a*) is gestippeld aangegeven.
c) Bij het copieeren van het vervormde spoor (*b*), dat hier gestippeld aangegeven is, treedt opnieuw een beeldspreiding op, die de spitsen A'' verbreedt en de afgeplatte gedeelten B'', door het gedeeltelijk dichtloopen, smaller maakt. Zoo kan weer een vrijwel sinusvormig spoor worden verkregen. Men ziet echter dadelijk, dat de amplitude van de sinusmodulatie kleiner geworden is dan zij in (*a*) was: de spoorverschuivingen bij B' en B'' zijn groot, die bij A' en A'' slechts heel gering.

We willen nog even speciale aandacht schenken aan de problemen die zich voordoen bij het copieeren van een geluidspoor, opgenomen volgens het Philips-Miller-systeem. Het principe van dit registratiesysteem is in *fig. 6* weergegeven [8]). Op een celluloïd filmband is een gelatinelaag met een zeer dunne ondoorzichtige deklaag aangebracht. Deze „Philimil"-band wordt onder een wigvormige beitel doorgetrokken, die in het rhythme der ge-

[8]) Voor de grondslagen van dit systeem, zie Philips techn. T. 1, 107, 1936.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

luidstrillingen op en neer wordt bewogen en hierbij, doordat hij de deklaag verwijdert, een doorzichtig spoor van wisselende breedte in de band snijdt. De gebruikelijke fotografische methode voor het opnemen van een geluidsfilm is hier dus vervangen door een mechanische, met de voordeelen dat de film onmiddellijk na het opnemen reeds kan worden afgespeeld (dit geschiedt evenals bij gewone geluidsfilm langs optische weg) en dat men in de weergave der hooge tonen geenerlei last heeft

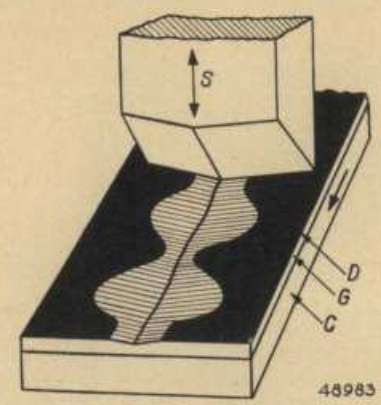


Fig. 6. Principe van de geluidsregistratie volgens het Philips-Miller-systeem. De „Philimil"-band bestaat uit de celluloïd drager *C* met de gelatinelaag *G* en de zeer dunne ondoorzichtige deklaag *D*. De loodrecht op de band trillende beitel *S* snijdt in de band, die in de pijlrichting wordt voortbewogen, een doorzichtig geluidspoor uit.

van de gevreesde beeldspreiding. Dank zij de ideaal scherpe spoorbegrenzing kunnen gemakkelijk frequenties tot 8000 per/sec worden opgeteekend en weergegeven, zelfs bij een filmsnelheid van slechts 32 cm/sec. Men krijgt dus een geluidsweergave van zeer hooge kwaliteit. Het systeem heeft dan ook ingang gevonden bij omroepstudio's voor het opnemen van reportages en voor andere speciale doeleinden. Voor toepassing in bioscopen moet nu echter de „Philimil"-opname gecopieerd worden. Evenzoo, wanneer men op de Philips-Miller-methode een voor de huiskamer bruikbaar geluidsreproductiesysteem wil baseeren, teneinde een stap vooruit te doen ten opzichte van de gramofoonplaat (waarbij de hooge frequenties slechts zeer matig tot hun recht komen). Voor een massaproductie van copieën komt alleen een fotografisch procédé in aanmerking: men moet de „Philimil"-band, waar het geluidspoor reeds als positief op staat, eerst negatief afdrukken, en kan dan van dit „tusschennegatief" een willekeurig aantal positieve copieën maken. Met de gewone fotografische procédé's wordt nu de beeldspreiding weer geïntroduceerd, die men door de mechanische registratie juist kwijt geraakt was. Men kan bij de twee fotografische copieer-stappen weer het beginsel der compensatie toepassen maar een deel van de verkregen vooruitgang in kwaliteit gaat dan toch verloren.

Een eigenaardig verschijnsel, dat zich bij het copieeren van „Philimil"-band voordoet, het zg. lenseffect, willen we nog aanstippen. Men ziet in fig. 6 dat bij het registreeren van het geluidspoor de beitel een in doorsnee driehoekige groef van wisselende diepte in de doorzichtige gelatine uitsnijdt. Dit profiel van het gelatine-oppervlak werkt als een serie lenzen, die bij het copieeren de homogeniteit van het opgeworpen licht volkomen verstoren en aanleiding zijn, dat achter het doorzichtige deel van het spoor afwisselend zeer hooge en zeer lage lichtconcentraties optreden. De zwartingsverschillen in de negatieve copie, die hiervan het gevolg zijn, kunnen op zichzelf gemakkelijk onschadelijk worden gemaakt, daar men er voor zorgen kan, dat bij het daaropvolgende copieeren van het negatief ook de vrij groote hoeveelheid licht die door de minst gezwarte deelen gaat, nog beneden de gevoeligheidsdrempel van de positief-film valt. Het spoor is dan op het positief weer gelijkmatig doorzichtig. Het onaangename is echter, dat men, teneinde op de plaatsen van de zwakste lichtconcentratie een voldoende negatief-zwarting te verkrijgen, moet gedoogen dat op de plaatsen met de sterkste lichtconcentratie een veel grootere, in de practijk tot 20 maal zoo groote belichting resulteert. Het gevolg is een sterke diffusiehalo en beeldspreiding aan de spoorbegrenzing ter plaatse van deze groote lichtconcentraties.

Men kan het verschijnsel op allerlei manieren tegengaan. Bijv. kan men het profiel van het gelatine-oppervlak opvullen met een pasta of een vloeistof die dezelfde waarde van de brekingsindex heeft als de gelatinelaag. Het gemakkelijkst wordt het probleem echter opgelost wanneer men voor het tusschen-negatief een film met dermate hooge gamma ter beschikking heeft, dat zelfs bij de vermelde zeer hooge lichtconcentraties de beeldspreiding niet storend wordt. De wensch naar een hooge gamma, die we reeds hebben leeren kennen, keert hier nog dringender terug. Intusschen kan deze oplossing van het probleem alleen dienstig zijn, indien de gamma niet reeds door de eerst beschreven compensatie wordt voorgeschreven.

c) *De combinatie van beeld en geluid*

Bij de sprekende film worden beeld en geluid naast elkaar op dezelfde filmband aangebracht. Dit maakt het nu in de practijk onmogelijk om de beeldspreiding tegen te gaan door te streven naar een zoo hoog mogelijke gamma. De gamma wordt dan nl. reeds door de beeldreproductie voorgeschreven. Om alle visueele contrasten

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

in het gefotografeerde object door analoog contrasteerende halftinten in het beeld weer te geven, moet voldaan worden aan de zg. voorwaarde van Goldberg. Deze zegt dat het product van de gamma's van positief en negatief ongeveer 1 à 1,2 moet zijn[9]). Dit leidt tot het compromis dat het beeldnegatief met een gamma van ca 0,8 en het gecombineerde beeld-geluid-positief met een gamma van 1,8 à 2,5 wordt vervaardigd, hoewel het veel aangenamer zou zijn het geluid met een gamma van 4 à 6 af te drukken en voor het beeld de gamma veel dichter bij 1 te kiezen. Overigens is de keuze van de gamma ook voor het beeld alléén al een compromis, want al naar gelang van de opgenomen scène kan een verschillende gamma voor de opnamefilm gewenscht zijn, en men zou dan de gamma van de copie van scène tot scène willen corrigeeren. Daar bij een gegeven fotografische film de gamma alleen door de ontwikkelduur in belangrijke mate te beïnvloeden is, die men voor verschillende stukken van de film moeilijk telkens kan varieeren, moet men zich met de keuze van één bepaalde, gemiddelde gamma tevreden stellen.

Overzien wij de situatie nog even in haar geheel, dan kunnen wij zeggen, dat voor het beeld en voor het geluidspoor een hoog oplossend vermogen van de film gewenscht is; dat een hooge gamma hiervoor gunstig is, maar dat bij de combinatie van beeld en geluid de Goldberg-voorwaarde in dit opzicht tot het sluiten van een compromis noopt. Dit compromis doet in de geheele tegenwoordige cinema-techniek zijn invloed gevoelen. Hier wil nu het nieuwe reproductiesysteem, waarop wij aan het begin van dit artikel doelden, een betere oplossing geven.

Het nieuwe reproductiesysteem

Dit systeem gaat niet uit van emulsies van AgBr of AgCl in gelatine, maar van een combinatie van een lichtgevoelige diazoniumverbinding met een kwikzout. De „drager" wordt in een oplossing hiervan gedrenkt. Het systeem kan worden uitgevoerd met verschillende dragers. Een dunne cellofaanband bijv. is zeer geschikt voor dit doel. Na de belichting wordt het verkregen latente beeld ontwikkeld door zg. physische ontwikkeling, waarbij uit een oplossing van een zilverzout metallisch zilver op de belichte plaatsen wordt afgezet (in tegenstelling met de normale, zg. chemische, ontwikkeling, waarbij een in de film aanwezige zilververbinding op de belichte plaatsen tot metallisch zilver wordt gereduceerd). Aldus wordt een volkomen houdbaar, uit zilver bestaand negatiefbeeld verkregen. Vergeleken bij het gebruikelijke fotografische opnamemateriaal is de gevoeligheid van het nieuwe materiaal gering. Aan een concurrentie met zilverbromide-emulsies op het terrein der opname kan daarom niet worden gedacht, ook al omdat de gevoeligheid zich beperkt tot ultraviolet licht. Voor het vervaardigen van copieën daarentegen heeft het kwik-diazonium-systeem uitstekende eigenschappen. Aangezien er hier niet sprake is van een emulsie, maar van een homogene oplossing, heeft men geen filmkorrel en bezit de film een oplossend vermogen van 1000 strepen per mm[10]). De gamma is voor het droge materiaal buitengewoon hoog, bijv. 6 à 8. Hij kan echter — een zeer merkwaardige eigenschap — reeds bij de belichting op eenvoudige wijze in wijde grenzen geregeld worden, met name ook heel laag worden gemaakt.

Dank zij het zeer groote oplossend vermogen en de mogelijkheid van een zeer hooge gamma is het systeem ideaal voor de reproductie van een geluidspoor, en ook voor de fotografische vermenigvuldiging van drukwerk en derg., waarbij de uiterst lage prijs van de drager en van de lichtgevoelige stof van belang zullen blijken te zijn. De speciale problemen die zich voordoen bij het copieeren van Philips-Miller-film, worden door het nieuwe systeem op de eenvoudigste wijze opgelost. Het feit dat men de gamma desgewenscht een lage waarde kan geven, maakt het mogelijk ook beelden met halftinten goed te reproduceeren. Bovendien ontstaat door de vermelde regelbaarheid van de gamma bij het belichten de geheel nieuwe mogelijkheid om beeld en geluid op eenzelfde band met verschillende gamma te copieeren en dan gemeenschappelijk te ontwikkelen.

Deze korte schets zal vermoedelijk meer vragen doen rijzen dan hij beantwoordt. Onze bedoeling was het hier slechts, de belangstelling van den lezer gaande te maken. Meer bijzonderheden zal men vinden in een der volgende afleveringen van dit tijdschrift, waarin wij ons voorstellen dieper op het nieuwe fotografische reproductiesysteem in te gaan.

[9]) Over de Goldberg-voorwaarde zie bijv. Philips techn. T. 5, 55, 1940. Globaal gezegd, drukt deze voorwaarde niets anders uit dan het aan elken amateurfotograaf bekende recept, dat men voor het afdrukken van een „zacht" negatief een „hard" positiefpapier moet gebruiken en omgekeerd.

[10]) Of de film nog fijnere rasters kan oplossen, kon niet geconstateerd worden, daar de optiek waarmee de noodige sterk verkleinde opnamen worden gemaakt, zèlf niet meer dan 1000 lijnen per mm kan oplossen.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

ELECTROMAGNETISCHE TRILHOLTEN

door G. de VRIES.

538.565

De trillingswijzen van bepaalde electromagnetische trilholten, die plat zijn, dwz. als tweedimensionaal mogen worden beschouwd, worden behandeld; nl. de trillingswijzen van vierkante, vlakke trilholten en de niet-rotatiesymmetrische trillingswijzen van ronde, vlakke trilholten. Vervolgens wordt een en ander medegedeeld over de trillingswijzen van driedimensionale trilholten. Nader wordt het geval besproken van twee gekoppelde trilholten, die in de hoogfrequentietechniek een analoge betekenis hebben als de gekoppelde trillingskringen in het gebied van lagere frequenties, nl. die van een bandfilter.

Zooals in dit tijdschrift reeds meermalen werd uiteengezet [1])[2])[3]), zijn de gewone trillingskringen, die uit geconcentreerde zelfinducties en capaciteiten bestaan, niet geschikt voor het gebied van zeer korte golven. De kwaliteitsfactor en de resonantieweerstand van zulke trillingskringen zijn nl. in dit gebied veel te klein. Daarom neemt men zijn toevlucht tot het gebruik van andere electrische resonatoren, die deze bezwaren niet hebben. Onder deze resonatoren zijn zeer belangrijk de Lechersystemen, d.z. twee evenwijdige geleiders die op kleine afstand van elkaar verloopen, resp. concentrisch zijn, en de trilholten, d.z. leege ruimten met metalen wanden. De Lechersystemen werden destijds

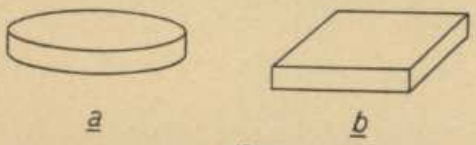


Fig. 1. *a*) Een ronde vlakke trilholte, *b*) een vierkante vlakke trilholte.

uitvoerig in dit tijdschrift behandeld [2]). Onlangs is hier ook een gedetailleerde uiteenzetting gegeven van de eigenschappen van een bepaalde groep trilholten [3]), nl. van de trilholten, die de vorm van omwentelingslichamen hebben en waarbij bovendien de afmeting in de richting van de omwentelingsas klein is ten opzichte van de afmetingen loodrecht daarop (*fig. 1a*). Deze soort trilholten hebben we ronde, platte trilholten genoemd. Wij hebben ons toen uitsluitend beziggehouden met de rotatiesymmetrische trillingswijzen, waarbij de stroomsterkte en de spanning slechts van de afstand tot de omwentelingsas afhangen.

In dit artikel willen wij wat verder gaan. Wij zullen beginnen met de beschouwing van vierkante trilholten, en wel zoodanige die niet alleen plat, dwz. dun zijn, maar ook vlak, dwz. overal even dun (fig. 1*b*). De trillingswijzen van vierkante, vlakke trilholten zijn uiteraard niet meer rotatiesymmetrisch. Op grond van de kennis der trillingswijzen van vierkante, vlakke trilholten zullen wij vervolgens kunnen vinden, hoe de niet-rotatiesymmetrische trillingswijzen van de ronde, vlakke trilholten er uit zien. Bovendien zal deze kennis het ons mogelijk maken, om door een voor de hand liggende generalisatie de trillingswijzen van een kubus te vinden; uitgaande van een practisch tweedimensionaal geval (vierkante vlakke trilholte) kunnen wij dus tot conclusies komen omtrent een driedimensionaal geval (kubus). Na enkele opmerkingen over de kwaliteitsfactor en de resonantieweerstand van trilholten zullen we aan het slot van het artikel nog over gekoppelde trilholten spreken.

Trillingswijzen van vierkante vlakke trilholten

Kwalitatieve beschouwingen

Wij herinneren eerst even aan de resultaten, die destijds (zie noot [3])) voor de verdeeling van stroom en spanning bij de rotatiesymmetrische trillingswijzen van een ronde vlakke trilholte zijn verkregen. Zulk een trilholte heeft een „bodem" en een „deksel". Wij beschouwen de spanning tusschen een punt van het deksel en het daaronder gelegen punt van de bodem. De stroom in twee zulke punten heeft gelijke waarde en tegengestelde richting. Het is dus voldoende te spreken over de stroom bijv. in het deksel, wat we hier ook zullen doen.

Het middelpunt van het deksel is een punt van hooge spanning [4]); aan de buitenrand is de spanning nul. De stroom is daarentegen in het middelpunt nul; in alle andere punten is hij radiaal gericht en hij bereikt een maximum aan de buitenrand. De stroomdichtheid is even vóór de rand maximaal en neemt verder naar buiten iets af, maar niet zeer sterk, zoodat de totale stroom, die gelijk is aan het product van stroomdichtheid en omtrek, van hier verder tot de rand toe blijft toenemen. Dit geldt voor

[1]) C. G. A. von Lindern en G. de Vries, Resonantiekringen voor zeer hooge frequenties, Philips techn. T. **6**, 217, 1941.

[2]) C. G. A. von Lindern en G. de Vries, Lechersystemen, Philips techn. T. **6**, 241, 1941.

[3]) C. G. A. von Lindern en G. de Vries, Platte trilholten als electrische resonatoren, Philips techn. T. **8**, 149, 1946.

[4]) In het vorige artikel (zie noot [3])) is er voornamelijk sprake geweest van platte trilholten met een rond gat in het midden van het deksel en van de bodem. Hier spreken we voorloopig van trilholten zonder gat.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

alle rotatiesymmetrische trillingswijzen, die verder van elkaar verschillen door het aantal stroommaxima en stroomnulpunten langs de straal, tusschen het middelpunt van de trilholte en haar buitenrand. In het geval van de grondtrilling neemt de stroom van het middelpunt naar de rand monotoon toe. In *fig. 2a* zijn enkele stroomlijnen voor dat geval geteekend, waarbij de breedte van de lijnen evenredig met de stroomdichtheid is gekozen. In fig. 2*b* is de stroomdichtheidsverdeeling weergegeven voor de op één na laagste rotatiesymmetrische trillingswijze.

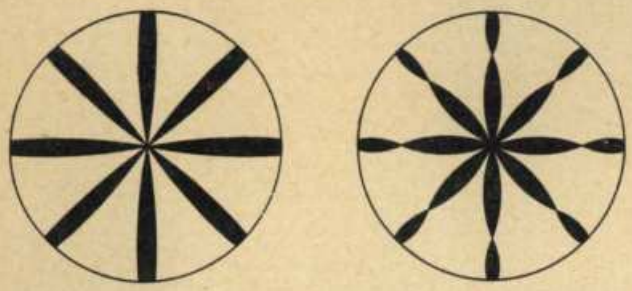


Fig. 2. Voorstelling van de grondtrilling (*a*) en van een hoogere eigentrilling (*b*) van een ronde vlakke trilholte. Er zijn hier enkele stroomlijnen geteekend; de breedte er van is evenredig met de stroomdichtheid. Wegens de rotatiesymmetrie zijn alle „lijnen" met elkaar congruent.

Als wij nu probeeren, ook eens een stroomdichtheidsverdeeling te schetsen voor de grondtrilling van een vierkante vlakke trilholte, dan kunnen wij ons laten leiden door de overweging, dat nabij het middelpunt van het deksel de situatie moeilijk veel van die bij de ronde vlakke trilholte kan verschillen. Het verloop van de stroomlijnen nabij de rand wordt beheerscht door de voorwaarde, dat aan de rand de stroomlijnen loodrecht op de rand moeten staan. Deze voorwaarde, waarvan wij hier de afleiding niet zullen geven, stelt ons in staat de stroomverdeeling van een vierkante vlakke trilholte in de nabijheid van de rand te teekenen. Op deze manier krijgt men een beeld van de stroomverdeeling, dat goed overeenstemt met wat men op grond van een berekening vindt (zie *fig. 3*).

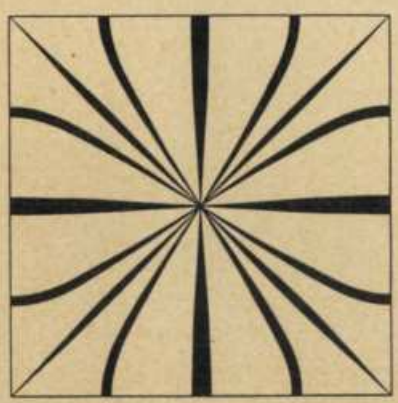


Fig. 3. Voorstelling van de grondtrilling van een vierkante vlakke trilholte. Er zijn hier slechts enkele stroomlijnen geteekend; de breedte er van is evenredig met de stroomdichtheid. Deze is overal van nul verschillend, behalve in het middelpunt en in de vier hoeken van het vierkant.

Daar in een groot deel van de vierkante trilholte de stroomverdeeling niet veel verschilt van die in een ronde trilholte, zal de eigenfrequentie ook wel niet al te veel afwijken. In hoofdzaak komt het verschil tusschen beide soorten trilholten neer op het feit dat er bij de vierkante trilholte „hoeken" zijn bijgekomen. Nu is dicht bij de rand de spanning laag, zoodat niet zoozeer de „capaciteit" als wel de „zelfinductie" van de hoeken voor de waarde der eigenfrequenties doorslaggevend is. Voor zoover wij een begrip als „gemiddelde zelfinductie" van de trilholte zouden kunnen definieeren, zou die door het toevoegen van de hoeken grooter, en de golflengte dus ook grooter worden. De mathematische theorie, die wij in het vervolg zullen schetsen, bevestigt dit: terwijl de golflengte van de grondtrilling van een ronde trilholte gelijk is aan 2,61 a (a = straal van de ronde trilholte), is die van de vierkante gelijk aan $2a \mid 2 = 2{,}82\ a$ ($2a$ = zijde van de vierkante trilholte).

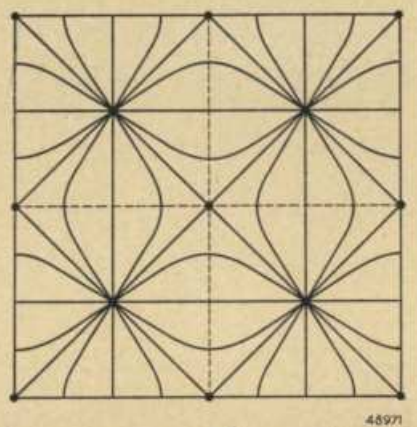


Fig. 4. Het ontstaan van een hoogere eigentrilling van een vierkante vlakke trilholte. Men kan zich dit voorstellen als resultaat van het naast elkaar leggen van vier kleinere vierkante trilholten, waarvan elke de grondtrilling uitvoert. De punten duiden de plaatsen aan, waar de stroomdichtheid nul wordt.

Nu wij eenmaal de figuur hebben van de stroomverdeeling, die behoort bij de grondfrequentie van een vierkante vlakke trilholte, kunnen wij nog wat verder gaan. Laten we nl. vier vierkante vlakke trilholten (zijde $2a$) naast elkaar leggen, zoodat zij een groot vierkant vormen (zijde $4a = 2b$); zie *fig. 4*. Als wij het dan zoo inrichten, dat bijv. de spanning in het midden van het deksel van de linksboven gelegen trilholte positief, rechtsboven negatief, rechtsonder positief en linksonder negatief is, en dat deze spanningen in absolute waarde gelijk zijn,

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

dan zijn aangrenzende stroomen bij een tusschenschot gelijk en gelijkgericht. Wij kunnen dus de tusschenschotten weghalen, zonder iets aan de stroomverdeeling van de vier trilholten te veranderen. Hieruit concludeeren wij, dat de stroomverdeeling in fig. 4 aan een hoogere trillingswijze van de groote vierkante trilholte beantwoordt. Immers, de grootste golflengte zou voor deze trilholte gelijk aan $2b\sqrt{2}$ zijn; hier hebben we echter te maken met een trillingswijze waarbij de golflengte $2a\sqrt{2} = b\sqrt{2}$ behoort.

Door vier vierkante trilholten, waarvan elke zich in de zoojuist genoemde, hoogere trillingstoestand bevindt, weer naast elkaar te leggen, zouden we op soortgelijke manier de stroomverdeeling vinden die beantwoordt aan een golflengte, vier maal zoo klein als de golflengte λ_0 van de grondtrilling.

Het is duidelijk, dat men met dit procédé de stroomverdeeling zou kunnen vinden voor een geheele reeks van trillingswijzen, waarvan de golflengte λ door de formule $\lambda = \lambda_0/2^n$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ wordt gegeven. Men denke echter niet, dat hiermede alle trillingswijzen van een vierkante vlakke trilholte zijn gevonden; uit de mathematische behandeling, waartoe wij nu overgaan, zal blijken dat er nog vele andere trillingswijzen mogelijk zijn.

Mathematische behandeling

De strenge theorie van de electromagnetische trilholten wordt rechtstreeks op de vergelijkingen van Maxwell gebaseerd. Toch kan men vaak, vooral voor platte trilholten, juiste resultaten afleiden op een meer elementaire wijze.

Zoo hebben we bijv. in het reeds meermalen aangehaalde artikel (zie noot [3])) de mathematische theorie van de ronde, platte (niet uitsluitend vlakke!) trilholten ontwikkeld uitgaande van de gewone „kabelvergelijkingen", die gelden voor een Lechersysteem, bestaande uit twee evenwijdige geleiders (zie *fig. 5a*, rechtsboven):

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -C\frac{\partial V}{\partial t}, \qquad \frac{\partial V}{\partial x} = -L\frac{\partial i}{\partial t}; \quad . \quad . \quad (1)$$

in deze vergelijkingen zijn C en L de capaciteit resp. de zelfinductie per eenheid van lengte; V is de spanning tusschen een punt van de bovenste geleider en het daaronder gelegen punt van de onderste geleider; i is de stroom in de bovenste geleider, die in de onderste geleider is dan $-i$; eindelijk is x de coördinaat in de richting van de geleiders en t de tijd. Door het ronddraaien van zulk een Lechersysteem ontstaat een ronde, vlakke trilholte (zie fig. 5*a*) en door het ronddraaien van een Lechersysteem van een algemeene vorm, zooals bijv. die van fig. 5*b*, een ronde, platte trilholte, die niet meer vlak is en bovendien een rond gat in het midden heeft. Het is dus begrijpelijk, dat de rotatiesymmetrische trillingswijzen van ronde, platte trilholten ook door verg. (1) worden beheerscht, met dien verstande dat C en L dan de capaciteit resp. de zelfinductie zijn per cirkelring van één cm breedte en dat zij in het algemeen functies van de straal r zullen zijn, die hier de rol van de lengtecoördinaat x heeft overgenomen.

In het geval van een vierkante, vlakke trilholte zou men nu bij de boven geschetste behandelingswijze kunnen aansluiten. Wij zullen hier kort aangeven, hoe men dat zou moeten doen, ofschoon het niet veel zin heeft, omdat de strenge berekening rechtstreeks uit de Maxwell-vergelijkingen niet

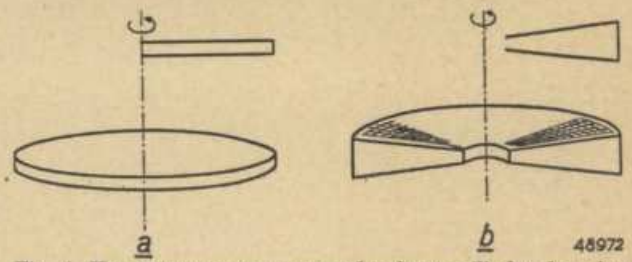


Fig. 5. Het ontstaan van een ronde platte trilholte door het ronddraaien van een aan één zijde kortgesloten Lechersysteem: *a*) vlakke trilholte; *b*) trilholte van een algemeenere vorm.

omslachtiger is. Wij voeren weer de spanning V in tusschen een punt van het „deksel" en het daaronder gelegen punt van de „bodem". Wij voeren voorts de stroomdichtheid in, die in elk punt van bijv. het deksel van de vierkante trilholte een x- en een y-component, i_x en i_y, heeft; hierbij onderstellen we dat de coördinatenassen evenwijdig zijn aan de zijden van het vierkant. De stroomdichtheidscomponenten in de bodem zullen dan $-i_x$ en $-i_y$ zijn. Eindelijk voeren we nog de capaciteit C en de zelfinductie L per cm² grondvlak in. Dan ligt het zeer voor de hand om analoog aan verg. (1) de volgende vergelijkingen op te schrijven:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x} &= -L\frac{\partial i_x}{\partial t}, \\ \frac{\partial V}{\partial y} &= -L\frac{\partial i_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial i_x}{\partial x} + \frac{\partial i_y}{\partial y} &= -C\frac{\partial V}{\partial t}. \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Wat we hier voor C moeten invullen is duidelijk: als h de dikte van de trilholte is, dan is C de capaciteit van een condensator van één cm² oppervlak en met plaatafstand h. Daarentegen kan men aan L moeilijk een soortgelijke, aanschouwelijke beteekenis toekennen. Een nadere beschouwing leert echter dat

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

L volgt uit de betrekking $LC = 1/c^2$, waarin c de lichtsnelheid is.

De randvoorwaarden, waaraan de oplossingen van (2) moeten voldoen, hebben we al eerder genoemd: aan de rand moet overal $V = 0$ zijn en de stroomdichtheid moet daar loodrecht op de rand staan. Indien de zijde van de vierkante trilholte de lengte $2a$ heeft en de oorsprong van het x, y-coördinatenstelsel zich in het middelpunt van het vierkant bevindt, dan beteekent deze laatste voorwaarde dat $i_x = 0$ voor $y = \pm a$, en $i_y = 0$ voor $x = \pm a$.

Wij zullen hier niet alle periodieke oplossingen van (2) gaan discussieeren. Als voorbeeld schrijven we de volgende schaar van oplossingen op:

$$\left.\begin{aligned} V &= V_0 \cos k_1 x \cdot \cos k_2 y \cdot \cos \omega t, \\ i_x &= -V_0 \frac{k_1}{\omega L} \sin k_1 x \cdot \cos k_2 y \cdot \sin \omega t, \\ i_y &= -V_0 \frac{k_2}{\omega L} \cos k_1 x \cdot \sin k_2 y \cdot \sin \omega t, \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

met

$$k_1^2 + k_2^2 = \frac{\omega^2}{c^2}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

hierin is $\omega/2\pi$ de frequentie van de trillingen en V_0 een willekeurige constante. Om aan de randvoorwaarden te voldoen, moet daarbij gelden:

$$a k_1 = m \frac{\pi}{2}, \quad a k_2 = n \frac{\pi}{2} \quad (m, n = 1, 3, 5 \ldots) \quad (5)$$

De trillingswijze die in fig. 3 is geschetst, beantwoordt aan $m = n = 1$. Daar de golflengte λ gelijk is aan $2\pi c/\omega$, bevestigt men gemakkelijk, met behulp van (4) en (5), de bewering die wij over deze trillingswijze hebben uitgesproken, nl. dat in dit geval $\lambda = 2a\sqrt{2} = 2{,}82\,a$.

Daarentegen is de trillingswijze die in fig. 4 is voorgesteld een voorbeeld van een oplossing, die *niet* door een formule van de vorm (3) is gegeven. Deze trillingswijze behoort bij de volgende schaar van oplossingen:

$$\left.\begin{aligned} V &= V_0 \sin k_1 x \cdot \sin k_2 y \cdot \cos \omega t, \\ i_x &= -\frac{V_0}{\omega L} \cos k_1 x \cdot \sin k_2 y \cdot \sin \omega t, \\ i_y &= -\frac{V_0}{\omega L} \sin k_1 x \cdot \cos k_2 y \cdot \sin \omega t, \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

met

$$k_1^2 + k_2^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

en

$$a k_1 = m\pi, \quad a k_2 = n\pi \quad (m, n = 0, 1, 2 \ldots).$$

Voor $m = n = 1$ krijgen wij de bedoelde trillingswijze. De golflengte is nu $\lambda = a\sqrt{2} = 1{,}41\,a$.

Niet-rotatiesymmetrische trillingswijzen van een ronde vlakke trilholte

De in fig. 4 voorgestelde trillingswijze van een vierkante trilholte hadden we niet rechtstreeks kunnen afleiden uit een rotatiesymmetrische trillingswijze van een ronde trilholte. Wij kunnen nu echter andersom uit deze hoogere trillingswijze van een vierkante trilholte een niet-rotatiesymmetrische trillingswijze van een ronde vlakke trilholte afleiden. Het is niet moeilijk aan de hand van fig. 4 een schets te maken van de stroomverdeeling in een ronde trilholte voor de bedoelde trillingswijze. In hoofdzaak zal deze stroomverdeeling hetzelfde beeld vertoonen als in het geval van de vierkante trilholte, maar nabij de rand moeten we de stroomlijnen eenigszins veranderen, zoodat zij er loodrecht op, dus straalsgewijs staan. Dit voert tot *fig. 6b*. Een dieper gaande mathematische theorie bevestigt de juistheid van deze figuur ten volle.

Het is nutteloos, te trachten voor de niet-rotatiesymmetrische trillingswijzen van de ronde trilholte de theorie in het keurslijf van de kabelvergelijkingen te willen persen. De zelfinductie per cm² was al een tamelijk gekunsteld begrip, nog onnatuurlijker zou het zijn te spreken over de zelfinductie van een oppervlakte-elementje $r \cdot dr \cdot d\varphi$. Wij schrijven dus maar direct de resultaten op, die de theorie, gebaseerd op de Maxwell-vergelijkingen, levert. We voeren op het vlak van het deksel van de ronde vlakke trilholte de poolcoördinaten r en φ in. Dan is de spanning V gegeven door

$$V = V_0 J_m(kr) \cos m\varphi \cdot \cos \omega t, \quad (m = 0, 1, 2) \ldots \quad (7)$$

waarbij $J_m(x)$ de Besselfunctie van de orde m voorstelt en

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda};$$

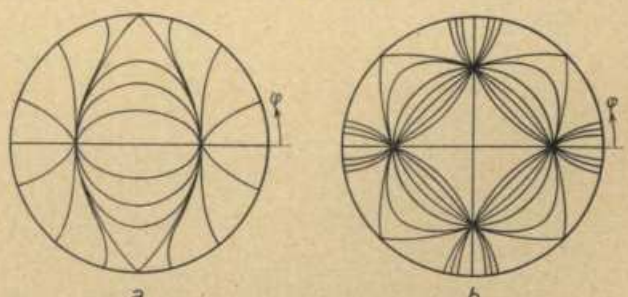


Fig. 6. Voorstelling van een niet-rotatiesymmetrische trillingswijze van een ronde vlakke trilholte. Er zijn hier slechts enkele stroomlijnen geteekend. *a*) De trillingswijze, waarbij de stroomdichtheid nabij de rand van de trilholte evenredig is met $\cos \varphi$. *b*) De trillingswijze, waarbij de stroomdichtheid nabij de rand van de trilholte evenredig is met $\cos 2\varphi$.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

λ en ω zijn resp. de golflengte en de cirkelfrequentie.

Aan de rand van de trilholte moet de spanning nul worden. Indien de straal van de trilholte R is, moet aan de voorwaarde worden voldaan:

$$J_m(kR) = 0 \quad (m = 0, 1, 2 \ldots). \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Daar de Besselfunctie $J_m(x)$ voor elke waarde van m oneindig veel wortels heeft, krijgen we bij gegeven m oneindig veel waarden van k die aan verg. (8) voldoen. Wij kunnen, bij gegeven m, deze wortels volgens toenemende grootte rangschikken en aan iedere wortel een rangnummer p (= 1, 2, 3 enz.) geven. Daar m zelf ook oneindig veel waarden kan hebben, krijgen we dus een tweevoudig oneindige reeks van eigentrillingen. Waarden van $kR = 2\pi R/\lambda$, die aan enkele laagste eigenfrequenties, dwz. aan enkele kleinste waarden van m en p, beantwoorden, worden in *tabel I* gegeven. Voor $m = 0$ is de spanningsverdeeling rotatiesymmetrisch, voor $m = 1$ is de spanning evenredig met $\cos\varphi$, voor $m = 2$ evenredig met $\cos 2\varphi$, enz.

Tabel I

Enkele waarden van $2\pi R/\lambda$ waarvoor $J_m(2\pi R/\lambda) = 0$; m is de orde van de Besselfunctie J_m, p het rangnummer van het nulpunt van J_m.

m \ p	1	2	3	4
0	2,405	5,520	8,654	11,792
1	3,832	7,016	10,173	13,323
2	5,135	8,417	11,620	14,796

De formules voor de componenten i_r en i_φ van de stroomdichtheid zijn als volgt:

$$i_r = \frac{V_0}{h}\frac{c}{4\pi} J_m'(kr)\cos m\varphi \cdot \sin\omega t, \quad . \quad (9a)$$

$$i_\varphi = \frac{V_0}{h}\frac{c}{4\pi}\frac{J_m(kr)}{kr} m \cdot \sin m\varphi \cdot \sin\omega t; \quad (9b)$$

daarbij is h de dikte van de trilholte en c de lichtsnelheid (zijn i en V_0 in ampere resp. in volt uitgedrukt, de lengten in cm, dan is $1/c = 30$ ohm); met J_m' is de afgeleide van J_m aangeduid.

De stroomverdeeling in fig. 6*b* beantwoordt aan $m = 2$ en $p = 1$ (vgl. tabel I). Wij zien dus, dat deze trillingswijze niet de eerste is die na de rotatiesymmetrische grondtrilling ($m = 0$, $p = 1$) komt. De stroomverdeeling die aan $m = 1$ en $p = 1$ beantwoordt, is in *fig. 6a* voorgesteld. De trillingswijzen, waarvoor $m = 0$ en $p = 1, 2, 3, \ldots$, zijn alle rotatiesymmetrisch en werden reeds in een vorig artikel (zie noot [3])) uitvoerig behandeld.

Wegens (8) is aan de rand van de trilholte $i_\varphi = 0$, dwz. de stroomdichtheid is radiaal gericht, in overeenstemming met de voorwaarde die wij bij de behandeling van de vierkante trilholten hebben geformuleerd. Uit (9a) volgt dan, dat de stroomdichtheid vlak bij de rand evenredig met $\cos m\varphi$ is. Brengen we binnen de trilholte langs haar rand een aantal lusjes aan, waarvan het vlak de omwentelingsas van de trilholte bevat, dan zullen in die lusjes stroomen worden geïnduceerd waarvan de sterkte ook evenredig met $\cos m\varphi$ is. Dit kunnen we gemakkelijk demonstreeren, als we op zulke lusjes lampjes aansluiten. Voor de rotatiesymmetrische trillingswijze branden alle lampjes (*fig. 7*, links); voor de $\cos\varphi$-trillingswijze branden er twee groepen: bij $\varphi = 0$ en bij $\varphi = \pi$ (fig. 7, in het midden); voor de $\cos 2\varphi$-trillingswijze branden er vier groepen: bij $\varphi = 0$, bij $\varphi = \pi/2$, bij $\varphi = \pi$ en bij $\varphi = 3\pi/2$ (fig. 7, rechts). Welke trillingswijze zich instelt, hangt af van de aan de trilholte toegevoerde frequentie.

Hiermede hebben we wel het voornaamste gezegd wat er over de trillingswijzen van vierkante en ronde platte trilholten te zeggen valt. De practische beteekenis van de hoogere trillingswijzen der trilholten in het algemeen zullen we straks aan de hand van een voorbeeld toelichten. Eerst willen we echter nog bekijken, hoe de trillingswijzen er uit zien in het geval van „driedimensionale" trilholten, dwz. trilholten die niet meer plat zijn.

Driedimensionale trilholten

Wij beginnen met de trilholten die de vorm van een kubus hebben. Wij hebben indertijd gezien (zie noot [3])), dat de trillingen van een aan één zijde open Lechersysteem met de lengte a beschreven konden worden door de formules:

$$\left.\begin{aligned} V &= V_0 \cos kx \cos\omega t, \\ i &= i_0 \sin kx \sin\omega t, \\ k &= \omega/c, \\ ak &= m\frac{\pi}{2} \quad (m = 1, 3, 5, \ldots). \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (10)$$

Voor een vierkante platte trilholte hebben we hierboven (zie verg. (3) en (4)) gevonden o.a. formules van de vorm:

$$\left.\begin{aligned} V &= V_0 \cos k_1 x \cos k_2 y \cos\omega t, \\ i_x &= i_{0_x} \sin k_1 x \cos k_2 y \sin\omega t, \\ i_y &= i_{0_y} \cos k_1 x \sin k_2 y \sin\omega t, \\ k_1^2 + k_2^2 &= \omega^2/c^2, \\ ak_1 = m\frac{\pi}{2}, \quad ak_2 &= n\frac{\pi}{2} \quad (m, n = 1, 3, \ldots), \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

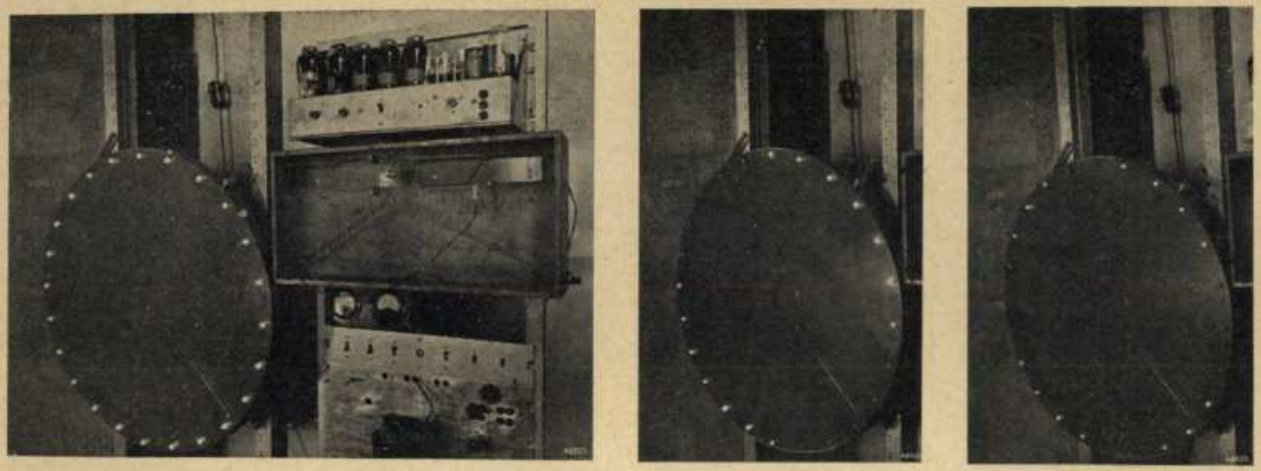


Fig. 7. *Links:* Een ronde vlakke trilholte, die de grondtrilling uitvoert (vgl. fig. 2). Deze trillingswijze is rotatiesymmetrisch, hetgeen wordt gedemonstreerd door het feit, dat de lampjes die langs de rand zijn aangebracht alle even sterk branden; deze lampjes zijn aangesloten op lusjes, die zich binnen de trilholte bevinden. De trilholte wordt geëxciteerd met behulp van een lus (zij steekt uit de sleuf in de zijwand van de trilholte), die aan een oscillator (rechts in de figuur) is aangesloten.
In het midden: Een ronde vlakke trilholte, die zich in een niet-rotatiesymmetrische trillingstoestand bevindt, waarbij de stroomdichtheid nabij de rand evenredig met $\cos\varphi$ is (vgl. fig. 6*a*). Slechts twee groepen van lampjes branden: die bij $\varphi = 0$ en die bij $\varphi = \pi$. De trilling stelt zich zoo in, dat de lus die haar opwekt zich op een plaats van maximale stroomdichtheid aan de rand bevindt.
Rechts: Een ronde vlakke trilholte, die zich in een trillingstoestand bevindt waarbij de stroomdichtheid nabij de rand evenredig met $\cos 2\varphi$ is (vgl. fig. 6*b*). Vier groepen van lampjes branden: die bij $\varphi = 0$, $\varphi = \pi/2$, $\varphi = \pi$ en $\varphi = 3\pi/2$.

waarbij $2a$ de lengte van de zijde van het vierkant is.

Zoo was het voor „eendimensionale" en „tweedimensionale" systemen. Het ligt nu voor de hand om aan te nemen, dat er voor een kubus waarvan de zijvlakken immers ook vierkanten zijn, analoge formules zullen gelden. Wij schrijven dus aan iedere wand een stroomdichtheidsverdeeling toe die aan verg. (11) beantwoordt. Zijn de x, y, z-assen evenwijdig aan de ribben (lengte $2a$) van de kubus en bevindt de oorsprong van het coördinatenstelsel zich in het middelpunt van de kubus, dan zouden de volgende formules moeten gelden (wij laten de factor $\sin \omega t$ weg): voor de wanden die evenwijdig zijn aan het x, y-vlak („x, y-wanden")

$$\left.\begin{aligned}
&i_x = i_1 \sin k_1 x \cos k_2 y,\\
&i_y = i_2 \cos k_1 x \sin k_2 y;\\
&\text{voor } y,\ z\text{-wanden:}\\
&i_y = i_3 \sin k_2 y \cos k_3 z,\\
&i_z = i_4 \cos k_2 y \sin k_3 z;\\
&\text{voor } z,\ x\text{-wanden:}\\
&i_z = i_5 \sin k_3 z \cos k_1 x,\\
&i_x = i_6 \cos k_3 z \sin k_1 x;\\
&\text{daarbij zou aan}\\
&k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 = \omega^2/c^2\\
&\text{en aan}\\
&ak_1 = m\pi/2,\ ak_2 = n\pi/2,\ ak_3 = p\pi/2\\
&\qquad (m,n,p = 1,3,5\ldots)
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (12)$$

moeten worden voldaan; de stroomdichtheid heeft in twee evenwijdige wanden van de kubus, zooals voor een platte vierkante trilholte, op het teeken na, dezelfde verdeeling.

Zijn nu de formules (12) inderdaad juist? Voordat wij op deze vraag een antwoord geven, willen we er op attent maken, dat wij bij de verg. (12) geen formule voor de spanning V opschreven. Dit is niet zonder reden nagelaten. Want, terwijl de stroomdichtheid in de wanden van de trilholte een zinvolle grootheid blijft bij onze wel eenigszins brutale generaliseering van twee op drie dimensies, kan men moeilijk direct inzien, wat men in het geval van een kubusvormige trilholte onder de spanning zou moeten verstaan. Hiermede raken wij een principieele kwestie aan, nl. in hoeverre men van een spanning, dwz. van een potentiaalverschil, kan spreken, wanneer men zich buiten het gebied van de electrostatica en van gelijkstroomen begeeft. Bij deze kwestie moeten wij even stilstaan.

De spanning V, dwz. het potentiaalverschil tusschen twee punten (bijv. A en B), kan in de electrostatica ondubbelzinnig worden gedefinieerd dank zij het feit, dat dan de waarde van de integraal $\int_B^A E_s\,ds$, waarin E_s de aan de integratieweg tangentieele component van de electrische veldsterkte is, onafhankelijk is van de weg, waarlangs men integreert. De spanning tusschen A en B is dan per definitie gelijk aan

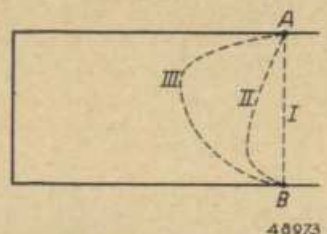
$$V_{AB} = \int_A^B E_s\,ds$$

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

langs een willekeurige weg. Deze definitie kan men nog onveranderd gebruiken buiten het gebied van de electrostatica, zoolang men slechts met gelijkstroomen te maken heeft. Zoodra men echter tot de beschouwing van wisselstroomen overgaat, moet men bepaalde nieuwe afspraken maken, om het begrip „spanning" te kunnen blijven gebruiken.

Beschouwen we bijv. het eenvoudige geval van de geleider van de vorm in *fig. 8* voorgesteld; eenvoudigheidshalve zullen we de weerstand van de geleider verwaarloozen. Vloeit er een wisselstroom in de geleider, dan zal zeker de waarde van $\int_A^B E_s\,ds$ langs de verschillende gestippelde wegen verschillend zijn. Immers, volgens de inductiewet is de integraal $\int E_s\,ds$ langs een gesloten weg — bijv. van B naar A langs één weg en terug van A naar B langs een andere weg — evenredig met de tijdsafgeleide van de magnetische flux door het oppervlak, dat



46973

Fig. 8. De spanning tusschen twee punten A en B van een geleider waarin een wisselstroom vloeit is niet ondubbelzinnig gedefinieerd: de spanning gemeten langs verschillende wegen (gestippelde lijnen I, II en III) is verschillend.

door deze weg is omvat. En deze tijdsafgeleide is zeker niet nul, daar het magnetische veld van een wisselstroom verandert met de tijd. De „spanning" tusschen A en B, langs verschillende wegen gemeten, zou dan inderdaad verschillend zijn. Toch kan men dan nog meestal van spanning blijven spreken, als men maar overeenkomt, dat men daarmee de integraal $\int_A^B E_s\,ds$ langs de kortste weg tusschen A en B bedoelt. Deze afspraak is niet slechts formeel, maar ook meestal practisch gerechtvaardigd, omdat het geenszins precies de kortste weg behoeft te zijn. Zoolang de tijdsafgeleide van de magnetische flux, omsloten door de kortste weg van A naar B (gestippelde lijn I in fig. 8) en een wat afwijkende weg (bijv. gestippelde lijn II of III) klein is vergeleken met $\int_A^B E_s\,ds$ langs de kortste weg, zal ook het verschil tusschen de spanningen gemeten langs deze twee wegen percentsgewijze klein blijven. Men zal dan inderdaad van de spanning blijven spreken. Is de golflengte ongeveer gelijk aan de afstand AB of kleiner, dan zal de magnetische veldsterkte over de afstanden van deze orde van grootte in het algemeen sterk veranderen. Dientengevolge kan het verschil tusschen de spanning gemeten langs de kortste weg van A naar B en de spanning gemeten langs bijv. de gestippelde lijn II percentsgewijze aanzienlijk worden. Toch kan men in vele geva!len (maar geenszins in alle!) ook in het gebied van zeer hooge frequenties van de spanning, in de zin van onze afspraak spreken, wanneer men systemen beschouwt waarvan de afmetingen in één richting veel kleiner zijn dan in de andere.

Zulk een geval doet zich nu voor bij platte trilholten. Het feit dat de dikte van een platte trilholte veel kleiner is dan de golflengte die aan de niet al te hooge eigentrillingen beantwoordt, heeft hier ten gevolge dat de waarde van $\int_A^B E_s ds$ langs de kortste weg tusschen de „bodem" en het „deksel" percentsgewijze weinig verschilt van de waarde van deze integraal langs een wat afwijkende weg. Daarom konden we spreken van de spanning tusschen een punt van het „deksel" van een platte trilholte en het daaronder gelegen punt van de „bodem". Omdat echter bij een kubusvormige trilholte de afstand tusschen twee zulke punten niet klein is vergeleken met de overige afmetingen, heeft het daar nauwelijks zin van een spanning te spreken[5]). Dit geldt natuurlijk niet alleen voor een kubusvormige trilholte, maar ook voor andere „driedimensionale" trilholten.

Men moet dan de trillingen beschrijven met behulp van de electrische en magnetische veldsterkten. De stroomdichtheid in de wanden van de trilholte blijft echter een zinvol begrip: zij heeft de beteekenis van de door de variabele magnetische veldsterkte geïnduceerde stroomdichtheid. De boven opgeschreven formules (12) beantwoorden ook inderdaad aan bepaalde trillingswijzen van de kubusvormige trilholte en geven ons een idee van de stroomdichtheidsverdeeling in haar wanden. Het blijkt dat er tusschen de constanten i_1, i_2, ... i_8 relaties bestaan, waarop wij echter niet nader zullen ingaan. In *fig. 9* is de stroomdichtheidsverdeeling geschetst voor twee trillingswijzen die beide aan $m = n = p = 1$ in verg. (12) beantwoorden, doch aan verschillende waarden van de i's.

Voor cylindrische trilholten met cirkelvormige

[5]) Voor bepaalde trillingswijzen van een kubus, nl. waarbij de electrische veldsterkte overal loodrecht op een zijvlak van de kubus staat, zou men nog op een tamelijk ongekunstelde wijze de spanning als de integraal $\int E_s\,ds$ langs de krachtlijn kunnen definieeren. Een kleine afwijking van deze integratieweg zou dan echter een aanzienlijk andere waarde van de integraal ten gevolge hebben, zoodat deze definitie slechts formeele beteekenis zou hebben.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

doorsnede krijgt men voor de stroomdichtheid in de wanden formules, die weer een generaliseering zijn van verg. (9), welke voor ronde platte trilholten gold. Verder kan men ten koste van veel gereken de stroomverdeeling voor bollen, ellipsoïden en elliptische cylinders bestudeeren, zonder

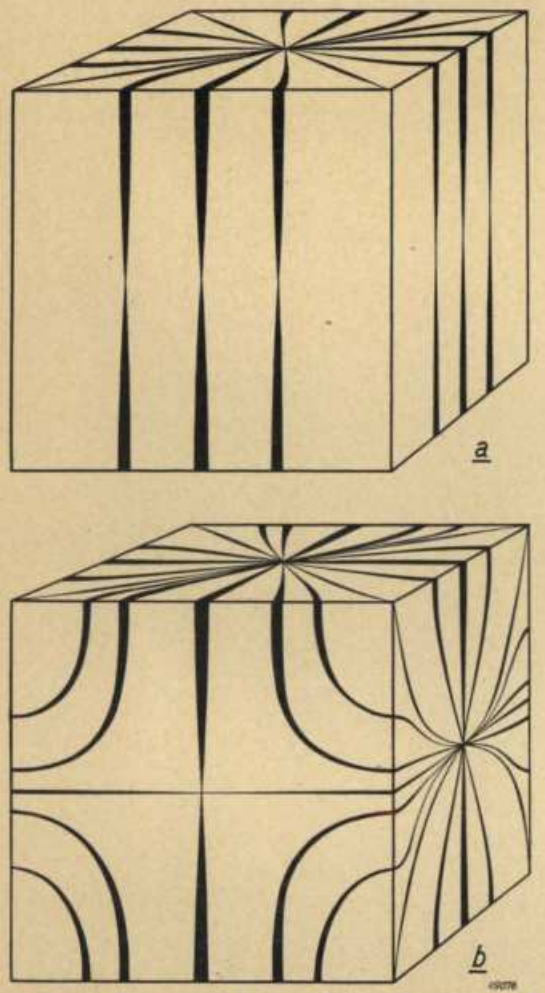


Fig. 9. Voorstelling van de stroomdichtheidsverdeeling in de wanden van een kubusvormige trilholte. De breedte van de „lijnen" is evenredig gekozen met de stroomdichtheid. De trillingswijzen *a*) en *b*) beantwoorden beide aan $m=n=p=1$ in verg. (12); de amplituden ($i_1, \ldots i_6$) zijn echter in de twee gevallen verschillend.

dat het kwalitatieve beeld, dat we ons van de mogelijke trillingswijzen van een kubus hebben gevormd, er door verrijkt wordt. Liever dan op deze mathematisch vrij moeilijke kwesties in te gaan, willen wij aan het slot van dit artikel nog iets zeggen over een geval dat in een ander opzicht gecompliceerder is dan de tot nu toe beschouwde en inderdaad onze gezichtskring nog wel wat uitbreidt.

De practische beteekenis van de hoogere trillingswijzen van de trilholten wordt door *fig. 10* geïllustreerd. Men ziet in deze figuur een zg. inductiebuis-oscillator, waarvan het principe reeds in een vorig artikel (zie noot [3])) werd besproken. De trilholte heeft daarbij de functie van een trillingskring, waarin de trillingen worden opgewekt door de genoemde inductiebuis. Deze laatste bevindt zich dan in een gat in de trilholte, dat ter plaatse van een spanningsmaximum wordt aangebracht. Wil men nu een oscillator met groot vermogen verkrijgen, dan zou men twee inductiebuizen naast elkaar in het gat kunnen plaatsen. Zulk een opstelling heeft echter allerlei bezwaren. Daarom maakt men gebruik van het feit, dat een trilholte bij hoogere trillingswijzen meer dan één spanningsmaximum heeft. Men brengt gaten aan ter plaatse van die maxima en men monteert elke inductiebuis in een afzonderlijk gat.

Wij zullen nog het een en ander over de kwaliteitsfactor en de resonantieweerstand van trilholten in het algemeen ter sprake brengen. In de practijk bepalen deze twee grootheden dikwijls, welke trilholten voor een gegeven technisch doel in aanmerking komen. Of men dan verder onder de trilholten die een geschikte kwaliteitsfactor en resonantieweerstand hebben deze of gene kiest, hangt meestal voornamelijk af van de constructieve eischen, die de apparatuur met zich brengt.

Kwaliteitsfactor en resonantieweerstand van trilholten

De kwaliteitsfactor van een trilholte kan worden

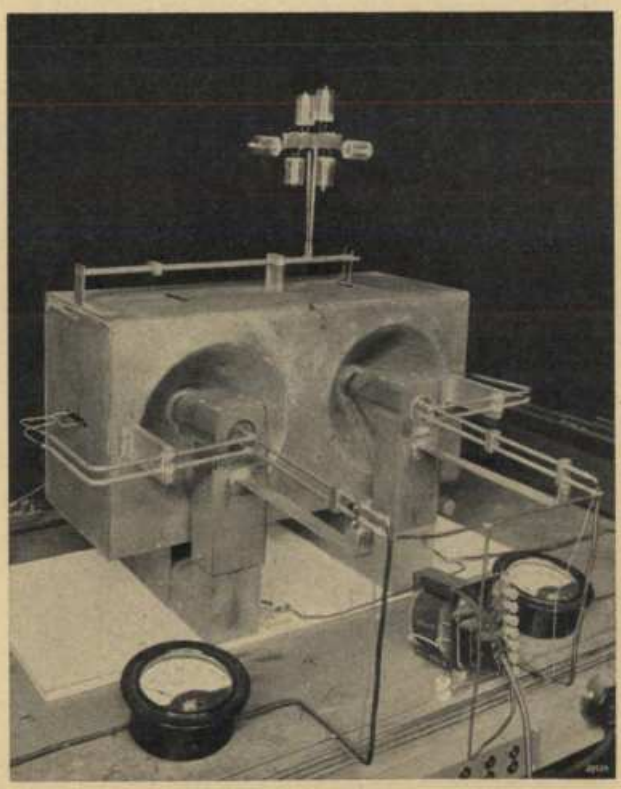


Fig. 10. Een inductiebuis-oscillator met groot vermogen. De twee inductiebuizen zijn gemonteerd in de trilholte, ter plaatse van de spanningsmaxima. Men maakt aldus gebruik van het feit dat een trilholte bij hoogere trillingswijzen meer dan één spanningsmaximum heeft.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

beschouwd als een maat voor de resonantiescherpte, dwz. voor de selectiviteit van een trilholte. Hoe grooter de kwaliteitsfactor is, des te grooter de selectiviteit.

Is slechts één eigentrilling aangeslagen, dan kan men de kwaliteitsfactor Q definieeren door de volgende betrekking:

$$Q = 2\pi \frac{U}{W_T}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

waarin U de gemiddelde veldenergie is en W_T de gedurende één periode ontwikkelde warmte. Definitie (13) geldt zeer algemeen, zoowel voor de gewone trillingskringen (dwz. met geconcentreerde L en C) als voor de trilholten. Is er een aantal eigentrillingen tegelijk aangeslagen, dan wordt de kwaliteitsfactor voor elke eigentrilling ook door (13) gegeven, mits nooit twee eigentrillingen zoo dicht bij elkaar liggen, dat de pieken van de resonantiekromme met elkaar versmelten. Verg. (13) geldt bijv. niet in het later te bespreken geval van een cylinder met tusschenschot (zie fig. 14).

De beteekenis van definitie (13) wordt duidelijker, wanneer men bedenkt, dat de gemiddelde veldenergie van een vrije trilling met frequentie ω tengevolge van verliezen in de loop van de tijd t afneemt volgens de formule

$$U(t) = U\, e^{-\alpha t},$$

waarin α de dempingsconstante is. Indien α klein is, wordt de gedurende één periode verloren energie gegeven door

$$W_T = U(0) - U\left(\frac{2\pi}{\omega}\right) = U\left[1 - e^{-2\pi\alpha/\omega}\right] \approx \alpha \frac{2\pi}{\omega} U.$$

Door vergelijking van dit resultaat met (13) vindt men:

$$Q = \frac{\omega}{\alpha}.$$

De kwaliteitsfactor wordt dus inderdaad grooter naarmate de resonantiescherpte van de trilholte grooter wordt, want de resonantiescherpte van een willekeurig trillend systeem neemt toe, wanneer de dempingsconstante kleiner wordt.

Om de kwaliteitsfactor te kunnen berekenen, moet men, volgens (13), de gemiddelde veldenergie en de gedurende één periode gedissipeerde energie kennen. Is H de magnetische veldsterkte, dan is de veldenergie evenredig met de integraal van H^2 over het geheele volume van de trilholte. De gedissipeerde energie is gegeven door de Joulewarmte van de door H in de wanden van de trilholte geïnduceerde stroomen (wij onderstellen hier, dat de stralingsverliezen te verwaarloozen zijn). Nu is de dichtheid van de geïnduceerde stroom in elk punt van de wand evenredig met de magnetische veldsterkte aldaar en de weerstand van de wand is evenredig met de indringdiepte δ tengevolge van het huideffect [6]). De gedissipeerde energie is dus tenslotte evenredig met δ en met de integraal van H^2 over de geheele oppervlakte van de trilholte. De berekening levert inderdaad

$$Q = \frac{2}{\delta} \frac{\iiint H^2 \, d\tau}{\iint H^2 \, d\sigma}, \quad \ldots\ldots \quad (14)$$

als $d\tau$ en $d\sigma$ respectievelijk volume- en oppervlakte-elementjes van de trilholte zijn. In vele gevallen is de orde van grootte van Q met voldoende benadering gegeven door

$$Q = \frac{2}{\delta} \frac{\text{volume v.d. trilholte}}{\text{wandoppervlakte v.d.t.}}. \quad \ldots \quad (15)$$

Uit (15) volgt onmiddellijk, dat Q voor „driedimensionale" trilholten in het algemeen grooter zal zijn dan voor platte trilholten. Voor deze laatste — wij denken daarbij speciaal aan de vierkante vlakke trilholten — kan men uit (15) concludeeren, dat Q voor hoogere trillingswijzen ongeveer dezelfde waarde heeft als voor de grondtrilling, indien λ en dientengevolge δ, die met $\sqrt{\lambda}$ evenredig is, constant worden gehouden, dwz. indien men trilholten van verschillende, geschikt gekozen afmetingen met elkaar vergelijkt. Zulke hoogere trillingswijzen hebben we immers verkregen door de trilholten naast elkaar te leggen en daarna tusschenschotten weg te nemen; en voor werkelijk dunne trilholten valt de warmte-ontwikkeling in de zijwanden volkomen in het niet bij die in de bodem en in het deksel.

Voor de kubus is Q gelijk aan $2a/3\delta$, als $2a$ de lengte van de ribbe is. Daar de golflengte λ van de grondtrilling gelijk is aan $2a\sqrt{2}$ en de indringdiepte voor koper aan $4 \cdot 10^{-5} \sqrt{\lambda}$ (λ in cm), krijgt men tenslotte voor de kwaliteitsfactor Q van een koperen kubus, die met de langste golflengte trilt: $Q = 9900 \sqrt{a}$ (a in cm).

Hoe staat het nu met de resonantieweerstand van een trilholte? Hierover willen we kort zijn. Wij definieeren hier de resonantieweerstand slechts voor platte trilholten, want dan kan men, zooals boven uiteengezet, nog van een spanning V spreken. De resonantieweerstand is nu een grootheid Z zoodanig, dat de warmte-ontwikkeling W

[6]) Als ϱ de specifieke weerstand van het wandmateriaal van de trilholte is, dan is de weerstand van de laag, waarin een merkbare stroom vloeit, evenredig met ϱ/δ. Nu volgt uit de theorie van het huideffect, dat δ evenredig is met $\sqrt{\varrho}$. De weerstand van de bedoelde laag is dus inderdaad evenredig met δ.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

in de trilholte per tijdseenheid wordt gegeven door $W = V^2/Z$.

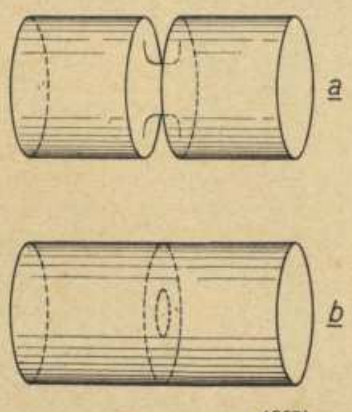
Daar de spanning voor de platte trilholten een functie van de plaats is, zal ook de resonantieweerstand in het algemeen van de plaats afhankelijk zijn. Meestal wordt onder de resonantieweerstand zonder nadere plaatsaanduiding de resonantieweerstand in het spanningsmaximum verstaan.

Wij willen ons nog even afvragen, hoe zich nu de resonantieweerstand bij hoogere trillingswijzen van vierkante vlakke trilholten verhoudt tot die bij de grondtrilling, weer bij constant gehouden λ. Wanneer men n gelijke, vierkante trilholten, die elk de grondtrilling uitvoeren, naast elkaar legt, ontstaat er, zooals duidelijk is, n maal zooveel warmte als wanneer er maar één van trilt. Nemen we nu, zooals boven beschreven, de tusschenschotten weg en beschouwen we het geheel als één zich in een hoogere trillingstoestand bevindende trilholte, dan is de resonantieweerstand daarvan dus n maal kleiner dan die van de elementaire trilholten waaruit zij werd opgebouwd (wij verwaarloozen weer de warmte-ontwikkeling in de tusschenschotten).

Het nut van het begrip „resonantieweerstand" voor trilholten uit zich vaak hierin, dat men bij vele opstellingen de spanning, die op een trilholte zal komen te staan, kan berekenen, zoodra men de resonantieweerstand kent. Wij willen hier echter niet nader op ingaan.

Gekoppelde trilholten

Wij zullen het nu over de laagste eigentrillingen hebben van een cylindrische trilholte, die door een halverwege de lengte aangebracht schot in tweeën is gedeeld; in dit schot is een rond gaatje precies in het midden.



48974

Fig. 11. Een cylindrische trilholte, die door een halverwege de lengte aangebracht schot in tweeën gedeeld is; in het midden van het schot is een rond gaatje. Zulk een trilholte kan worden beschouwd: *a*) als één cylindrische trilholte met in het midden een insnoering; *b*) als twee gescheiden trilholten, die door het gat gekoppeld zijn.

Zulk een trilholte kunnen we op twee manieren beschouwen: eenerzijds als limietgeval van een cylinder met in het midden een insnoering (*fig. 11a*), anderzijds, ook als twee gescheiden trilholten, die door een klein gaatje in het schot, dat „deksel" van de eene en „bodem" van de andere is, gekoppeld zijn (fig. 11*b*). Zoolang het schot heelemaal dicht is, kunnen er, onafhankelijk van elkaar, links en rechts trillingen zijn met willekeurig faseverschil. Als het gaatje er eenmaal is, is dat niet meer zoo: in plaats van de eigenfrequentie van de grondtrilling ontstaan er nu twee eigenfrequenties, bij de eene zijn de trillingen links en rechts met elkaar in fase, bij de andere in tegenfase.

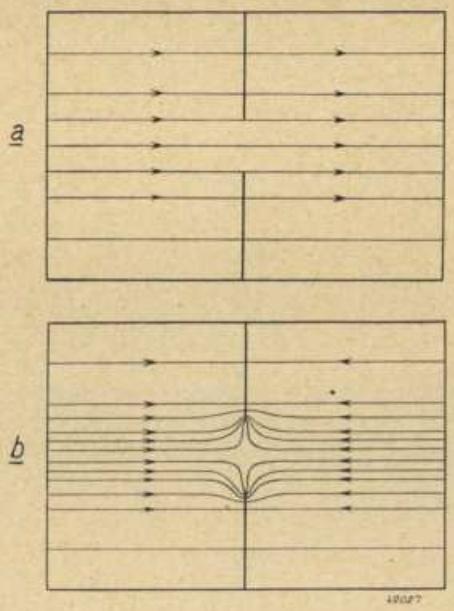


Fig. 12. Het verloop (schematisch) van de electrische krachtlijnen voor de laagste twee eigenfrequenties van de trilholte van fig. 11. (De trillingswijzen hebben hier axiale symmetrie, het is dus voldoende één doorsnede weer te geven.) Deze eigenfrequenties ontstaan beide uit de eigentrilling (grondtrilling), die aanwezig zou zijn, als het gat in het tusschenschot er niet was.

In het eerste geval, dat van gelijke fase, waarbij dus de electrische veldsterkte links en rechts gelijk gericht is — voor de grondtrilling is de electrische veldsterkte in een cylinder met bodem en deksel overal evenwijdig aan de as — is de situatie met of zonder schot, met of zonder gat, steeds dezelfde: als wij een gat boren in het schot, gebeurt er dus bij deze eigentrilling niets, de eigenfrequentie ω_0 van de trilholte blijft onveranderd en ook het verloop van de electrische krachtlijnen (*fig. 12a*).

Anders is het in het tweede geval, dat, waarbij de trillingen links en rechts van het schot in tegenfase zijn. Electrische krachtlijnen kunnen wel op een geleider eindigen, maar niet ergens vrij in de

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

ruimte. Wij komen dus bij het gat in moeilijkheden: wat gebeurt er dan? In werkelijkheid zullen de krachtlijnen in de nabijheid van het gat een beetje krom gaan loopen zoodat ze op het schot of althans op de rand van het gat eindigen (fig. 12*b*). Het verloop der krachtlijnen wordt dus iets anders dan in het geval zonder gat. Dit blijft niet zonder gevolgen voor de waarde van de eigenfrequentie. Het zou ons te ver voeren, hier uiteen te zetten, hoe men, nadat men zich door bovenstaande redeneering een beeld heeft gevormd van het veldverloop bij het gat, door een betrekkelijk eenvoudige berekening een formule kan vinden, die althans voor een zeer klein gat de frequentie-correctie geeft. De bedoelde formule is als volgt:

$$\omega'' = \omega_0 \left\{1 + 0{,}788 \left(\frac{\varrho}{R}\right)^3 \frac{R}{l}\right\}; \quad . \quad . \quad (16)$$

hierin is ω'' de door de aanwezigheid van het gat ontstane frequentie, ω_0 de „ongestoorde" frequentie, R en $2l$ de straal resp. de totale lengte van de cylinder, ϱ de straal van het gat.

Door het boren van het gat in het schot splitst de eigenfrequentie ω_0 van de trilholte zich dus in tweeën: $\omega' = \omega_0$, en ω'' (gegeven door verg. (16)). Voor een zeer klein gat liggen ω' en ω'' zeer dicht bijeen, zoodat de pieken van de resonantiekromme, die bij ω' en ω'' behooren, gedeeltelijk samen-

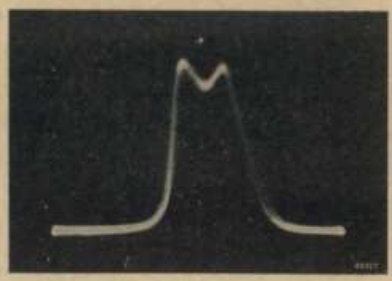


Fig. 13. Resonantiekromme van gekoppelde trilholten, opgenomen met de apparatuur van fig. 14. De frequentie is hier „uitgezet" in horizontale richting. De uitwijking in de verticale richting is een maat voor de sterkte der in de trilholten opgewekte trilling.

smelten, precies zooals bij twee gekoppelde kringen met geconcentreerde L en C het geval is. En juist zooals bij twee zulke gekoppelde kringen zal er hier de bekende resonantiekromme met twee „schou-

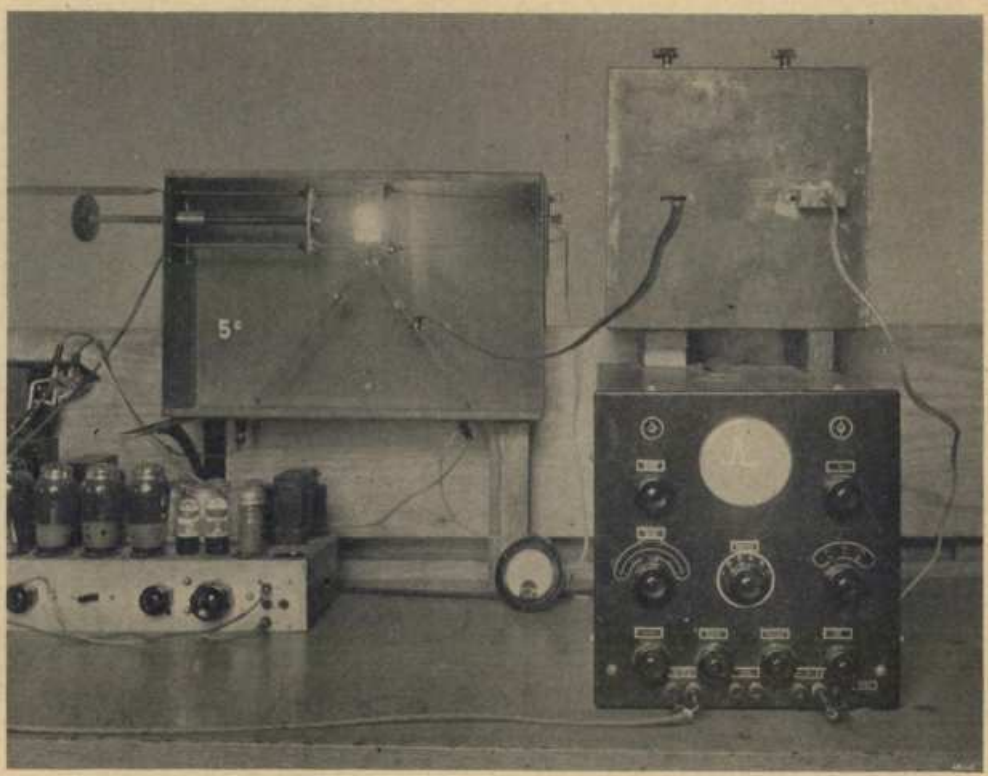


Fig. 14. Apparatuur voor het opnemen van de resonantiekromme van trilholten. De trilholte die men hier rechts boven ziet, is van binnen door een schot met een gat erin in tweeën verdeeld (het schot staat verticaal en loodrecht op het vlak van teekening), dwz. men heeft hier feitelijk te maken met twee gekoppelde trilholten. De trillingen worden opgewekt met behulp van de lus die men gedeeltelijk ziet uitsteken uit de sleuf links in de trilholte, welke lus aangesloten wordt aan de oscillator links in de figuur welke frequentie gevarieerd kan worden. De hoogfrequente wisselspanning opgewekt in de lus die zich in de andere sleuf bevindt, wordt na gelijkrichting naar de verticale platen van de oscillograaf gebracht. Een afzonderlijke inrichting zorgt er voor, dat de horizontale uitwijking van de electronenstraal in de oscillograaf evenredig is met de frequentievariatie.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

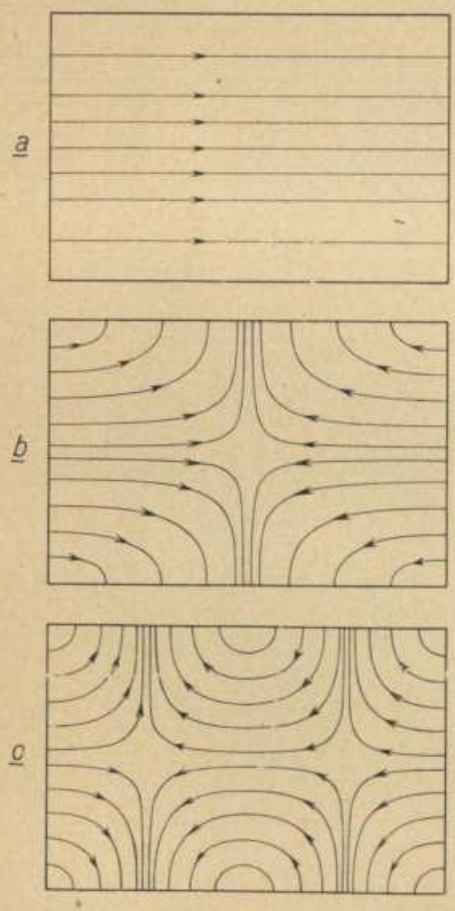
www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

ders" ontstaan, zoodra er eenige demping in de trilholte aanwezig is. In *fig. 13* is een foto van zulk een resonantiekromme voor een trilholte met tusschenschot weergegeven: deze resonantiekromme werd opgenomen met de apparatuur, die in *fig. 14* is te zien. (In het hier uitgevoerde geval was de trilholte vierkant, hetgeen natuurlijk het kwalitatieve aspect van de verschijnselen niet verandert.) Het is dus wel begrijpelijk, dat de hier beschouwde „samengestelde" trilholte in de hoogfrequentietechniek een analoge functie heeft als de gekoppelde kringen in het gebied van lagere frequenties, en wel die van een bandfilter.

Verg. (16) gold slechts voor een zeer klein gat ($\varrho \ll R$). Hoe zal de frequentie-correctie zijn, als het gat niet meer zeer klein is? Het is zeer moeilijk op deze vraag een bevredigend antwoord te geven. Eén ding weten wij echter zeker: als het gat zoo groot wordt dat er heelemaal geen tusschenschot meer is, dwz. $\varrho = R$, dan moeten beide eigenfrequenties ω' en ω'' klaarblijkelijk eigenfrequenties zijn van een ongedeelde cylinder met straal R en lengte $2l$. De theorie der eigentrillingen van zulk een cylindrische trilholte leert nu, dat het verloop der krachtlijnen voor de laagste (rotatiesymmetrische) eigentrillingen is zooals in *fig. 15a, b, c* voorgesteld. Wij vergelijken deze figuren met fig. 12 *a, b*, die wij voor het geval van een klein gat teekenden. Daar het verloop der krachtlijnen continu varieert met het grooter worden van het gat, zal fig. 12*a* met fig. 15*a* en fig. 12*b* met fig. 15*b* moeten correspondeeren. De frequentie die aan fig. 15*b* beantwoordt, moet dus continu uit de frequentie die aan fig. 12*b* beantwoordt, kunnen worden verkregen, als men ϱ grooter maakt. De waarde van de eigenfrequentie voor de trillingswijze in fig. 15*b* is uit de theorie goed bekend:

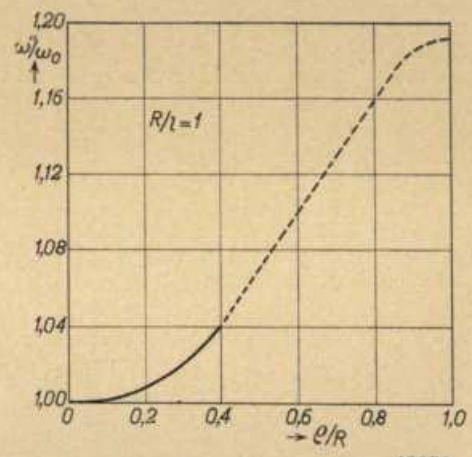
$$\omega''_{\varrho=R} = \omega_0 \sqrt{1 + 0{,}426\frac{R^2}{l^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Wij hebben nu van de kromme die ω'' als functie van ϱ/R geeft, een stuk aan het begin, gegeven door verg. (16), en het eindpunt ($\varrho/R = 1$), gegeven door verg. (17), — zie *fig. 16*. Wij zullen naar de rest raden door het gestippelde gedeelte van de kromme op plansibele wijze te trekken. De frequentie die aan fig. 12*a* en 15*a* beantwoordt is onafhankelijk van ϱ en l, nl. voor beide gevallen gelijk aan ω_0, dwz. zij zal in fig. 16 door de ϱ/R-as worden voorgesteld [7]).



48975

Fig. 15. Het verloop (schematisch) van de electrische krachtlijnen voor de laagste eigenfrequenties van een cylindrische trilholte; de bedoelde trillingswijzen zijn axiaalsymmetrisch: *a*) beantwoordt aan de grondtrilling; *b*) en *c*) aan de twee daarop volgende eigentrillingen.



48976

Fig. 16. De op één na laagste eigenfrequentie ω'' (verticaal uitgezet) van de door een gat gekoppelde trilholten als functie van de verhouding ϱ/R (horizontaal uitgezet) van de straal ϱ van het gat en van de straal R van de cylinder. Het gestippelde gedeelte van de kromme is theoretisch niet goed bekend.

Wij mogen niet eindigen zonder te wijzen op de analogie, die er bestaat tusschen de electromagnetische trillingen in Lechersystemen, platte en algemeene trilholten eenerzijds en de acoustische trillingen van snaren, trommelvliezen en resonatoren van Helmholtz anderzijds. Deze analogie beteekent geen identiteit, er zijn bepaalde verschillen tusschen beide groepen van verschijnselen. Maar de verwachting, die men allicht koestert, dat er een electromagnetisch pendant van spreekbuis en hoorn zal bestaan, wordt inderdaad bevestigd door de electromagnetische „golfgeleiders" (wave guides) en „hoorn-antennes", die we echter in dit artikel niet zullen bespreken.

[7]) Vgl. H. A. Bethe, Phys. Rev. **66**, 163, 1944.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

DE PRACTISCHE UITVOERING VAN EEN TRILLINGSVRIJE OPSTELLING MET HULPMASSA

door J. A. HARINGX. 621-752

Om het meetrillen van een instrument met de omgeving tegen te gaan plaatst men het gewoonlijk op een veerende constructie, die in verband met het uittrillen tevens van een zekere demping is voorzien. In een vorig artikel werd aangetoond, dat het voordeelen biedt de demping aan te brengen tusschen het apparaat en een hulpmassa, die er veerend aan verbonden is. De eigenschappen van dit systeem werden besproken voor het eendimensionale geval. Thans wordt het geval van meerdimensionale trillingen (translaties langs resp. rotaties om verschillende assen) onderzocht. Daarbij moet men bij voorkeur de opstelling aan bepaalde symmetrievoorwaarden laten voldoen. Voor de veerende ondersteuning komen practisch alleen stalen schroefveeren in aanmerking, waarbij men behalve van hun axiale stijfheid tevens van hun stijfheid ten opzichte van zijdelingsche uitbuiging gebruik kan maken. Ook wordt nog nader op de practische uitvoering van de demping ingegaan.

Het werken met gevoelige instrumenten zooals balansen, galvanometers, microscopen enz. wordt vaak bemoeilijkt of zelfs onmogelijk gemaakt door trillingen van de omgeving. Om het meetrillen van zulk een instrument met de omgeving tegen te gaan plaatst men het op voldoend slappe veeren. Men moet dan echter ook een demping aanbrengen om te zorgen, dat het systeem bij kleine stooten of beginuitwijkingen snel genoeg uittrilt. In een vorig artikel [1]) hebben wij aangetoond, dat het voordeelen biedt deze demping aan te brengen tusschen het apparaat en een hulpmassa, die er veerend aan verbonden is. De eigenschappen van dit systeem werden besproken, waarbij wij uitsluitend een beweging in één dimensie hebben beschouwd.

Willen we de verkregen inzichten in de practijk toepassen, dan komen we direct voor het probleem te staan, dat de fundeering van een apparaat in het algemeen trillingen in en om verschillende richtingen zal kunnen uitvoeren. Daar een instrument in de meeste gevallen voor verschillende van deze trillingen gevoelig is, zal men met het oog op het meetrillen de opstelling naar verschillende richtingen veerend moeten bevestigen. Doet men dit echter op een willekeurige manier, wat betreft de keuze der aangrijpingspunten en de richtingen der veerkrachten, dan loopt men groote kans, dat het apparaat, wanneer het in trilling geraakt, zeer gecompliceerde, volkomen onoverzichtelijke schommelingen gaat uitvoeren. Het is dan onmogelijk vast te stellen welke maatregelen genomen moeten worden om het meetrillen te beperken en na een stoot of beginuitwijking het uittrillen snel te doen verloopen. Heel in het kort willen we thans uiteenzetten, hoe men dan te werk moet gaan.

[1]) J. A. Haringx, Trillingsvrije opstellingen met hulpmassa, Philips techn. T. 9, 16, 1947.

Een star lichaam, dat aan een stel veeren vrij in de ruimte is opgehangen, bezit zes vrijheidsgraden: verschuiving in drie onderling loodrechte richtingen, en draaiing om drie onderling loodrechte assen. Deze vrijheidsgraden zijn in het algemeen gekoppeld, dwz. een kracht in één der richtingen (bijv. reactiekracht der veeren of traagheidskracht der massa) heeft niet alleen een verschuiving in deze richting maar tevens andere verschuivingen en draaiingen tengevolge. Dit maakt het gedrag van het trillende systeem zoo onoverzichtelijk. Onder bepaalde voorwaarden kan echter de koppeling tusschen de verschillende vrijheidsgraden verdwijnen, nl. wanneer de veerende opstelling een zg. elastisch centrum met drie door dit punt gaande onderling loodrechte elastische hoofdassen bezit, en wanneer deze drie assen samenvallen met de drie hoofdtraagheidsassen van het opgehangen lichaam (automatisch valt dan het zwaartepunt samen met het elastische centrum). Een elastische hoofdas wordt nl. daardoor gedefinieerd, dat een kracht in haar richting uitsluitend een verschuiving in deze richting bewerkstelligt, een koppel om een dergelijke as evenzoo alleen een draaiing om deze as, zoodat wij onder de genoemde voorwaarden inderdaad hebben te maken met zes onderling niet gekoppelde graden van vrijheid. Terwijl een willekeurige combinatie van veerende bevestigingen in het algemeen geen elastisch centrum bezit, is dit bijvoorbeeld wel het geval, indien de opstelling symmetrisch is ten opzichte van twee onderling loodrechte vlakken, zooals bijv. de opstellingen in *fig. 1a-c* en indien tevens de veerende elementen in de richtingen loodrecht op deze vlakken even stijf zijn. Om symmetrieredenen moet dan de snijlijn der twee symmetrievlakken, d.i. dus de z-as, één der elastische hoofdassen zijn en moeten de twee andere hoofdassen

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

evenwijdig aan de x- en y-as loopen. Op welke hoogte het elastische centrum op de z-as zal liggen, kan uit de stijfheid der verschillende veeren worden berekend, waarvan hieronder een voorbeeld zal worden gegeven.

Brengen we nu de veeren in onze trillingsvrij te maken opstelling op een dergelijke, dubbel symmetrische, wijze aan en zorgen we er voor, dat de hoofdtraagheidsassen van de opstelling met het hierop te plaatsen instrument samenvallen met de langs de x-, y- en z-as vallende elastische hoofdassen, dan zijn de trillingen van het systeem volgens de zes vrijheidsgraden bij benadering [2]) onafhankelijk van elkaar

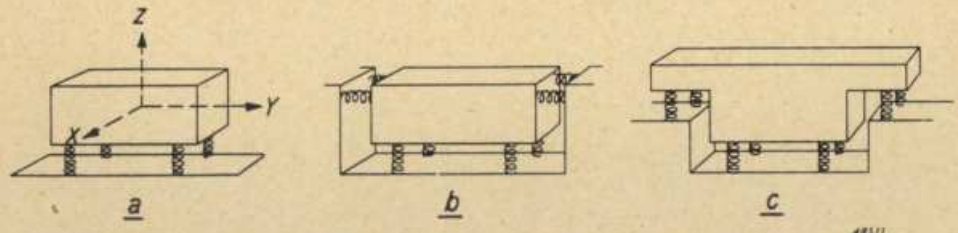


Fig. 1. Drie verschillende opstellingen voor het trillingsvrij maken van een apparaat bij aanwezigheid van meerdimensionale storende trillingen. De opstellingen zijn alle symmetrisch ten opzichte van twee loodrecht op elkaar staande verticale vlakken.

en kunnen deze als zes afzonderlijke ééndimensionale problemen worden behandeld. Dit geldt ook nog, wanneer we het principe van onze trillingsvrije opstelling volgens fig. 4 van het onder [1]) geciteerde artikel in toepassing willen brengen door aan ons apparaat een hulpmassa te bevestigen met behulp van een aantal veerende en dempende elementen. Deze bevestiging moet dan eveneens drie, langs dezelfde x-, y- en z-as vallende, elastische hoofdassen hebben, de hoofdtraagheidsassen van de hulpmassa moeten wederom met deze assen samenvallen en ook de dempingselementen moeten zoodanig worden aangebracht, dat de demping bij de translatie, resp. rotatie volgens de genoemde drie assen resulteert in krachten langs resp. koppels om deze zelfde assen.

Hebben we aan deze voorwaarden voldaan — en practisch is dit met voldoende nauwkeurigheid uit te voeren — dan kunnen we thans op elke vrijheidsgraad afzonderlijk de resultaten van onze vroegere beschouwingen over de keuze der parameters toepassen en daarmee trachten de opstelling van alle hinderlijke trillingen te bevrijden.

De constructie der veeren

De mechanische storingen, waarvan men in een gebouw last kan krijgen, kunnen worden veroorzaakt door het gelijkmatige gedreun van een machine, maar ook door allerlei onregelmatige stooten (o.a. voetstappen, dichtslaande deuren enz.). Dit laatste brengt mede, dat in het Fourierspectrum der storingen alle frequenties vertegenwoordigd kunnen zijn, ook de allerlaagste. De primaire werking der storingen bestaat echter hierin, dat zij vloeren, wanden en tafels in het gebouw in beweging brengen, welke dan eigentrillingen gaan uitvoeren. De „trillingssystemen" van vloeren, tafels enz. werken als een soort filter, dat bij voorkeur de trillingen in de buurt van de resonantiefrequenties doorlaat. We zullen dus de storende trillingen met een trillingsopnemer nader moeten analyseeren. Het is nu gebleken, dat de laagste der genoemde eigenfrequenties meestal zijn gelegen tusschen 15 en 20 per/sec. Willen we door een trillingsvrije opstelling de amplituden van een apparaat tot bijv. enkele procenten van die van de fundeering terugbrengen, dan moeten we onder deze omstandigheden de opstelling de zeer lage eigenfrequentie van 2 à 4 per/sec geven [3]).

Wenschen we zulke lage eigenfrequenties, dan is het onmiddellijke gevolg, dat we voor de veerende elementen in de opstelling geen gebruik kunnen maken van rubbercylinders. Deze zijn nl. te stijf. We kunnen voor de eigenfrequentie ω_0 van een trillend systeem schrijven:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{f}},$$

waarbij g de versnelling van de zwaartekracht is en f de doorzakking van het veerende element onder de invloed van het eigen gewicht der massa. Om nu bijv. een eigenfrequentie van $\omega_0/2\pi = 3$ per/sec te verkrijgen, moet dus $f = 2{,}8$ cm zijn. De lengte l van de rubbercylinders, die we als veeren zouden willen gebruiken, zal dan toch minstens 10 cm moeten bedragen, wil een dergelijke groote indrukking mogelijk zijn. Verder moet om uitknikken van de rubbercylinders te voorkomen de diameter D van

[2]) „Bij benadering", omdat de zwaartekracht een storende invloed uitoefent.

[3]) Men vindt deze uitkomst door in formule (8) van het onder [1]) geciteerde artikel bijv. $\left|\frac{a}{a_0}\right| = 0{,}04$ te eischen en $\mu = 0{,}5$ te stellen, waardoor $\omega/\omega_0 = 7$ wordt (ω = gegeven storende frequentie, ω_0 = te kiezen eigenfrequentie).

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

dezelfde orde van grootte zijn, zoodat de voor de indrukking benoodigde kracht

$$P = \pi D^2 \cdot E \cdot f/l$$

bij de zachtste rubbersoort, met een elasticiteitsmodulus $E = 10$ kg/cm², van de orde van grootte van 1000 kg wordt. Rust de geheele opstelling op vier dergelijke cylinders, dan zal zij derhalve een gewicht van 4 ton moeten hebben! Het behoeft geen betoog, dat voor het opstellen van een balans of microscoop zulke zware constructies gewoonlijk niet in aanmerking komen. Als redelijk kan men bij deze een totaal gewicht van bijv. 50 à 100 kg beschouwen. Met sponsrubber zou men al dichter bij een dergelijke waarde kunnen komen, doch de toepassing van dit materiaal verdient voor ons doel geen aanbeveling wegens zijn geringe duurzaamheid.

Behalve deze axiale stijfheid bezitten veeren met niet vrij draaibare uiteinden echter tevens een stijfheid tegen zijdelingsche uitbuiging, en waar men bij een driedimensionale opstelling met zes graden van vrijheid te maken heeft, ligt het voor de hand ter vereenvoudiging van de constructie tevens profijt te trekken van deze zijdelingsche stijfheid (zie fig. 1*a* en 1*c*).

Beschouwen we bijv. de in *fig. 2* geschetste opstelling, die als prototype voor vele practische gevallen kan dienen. Een vlakke plaat p, waarop men de trillingsvrij te maken balans, of wat het is, plaatst, wordt ondersteund door vier schroefveeren. De hulpmassa, een tweede plaat P, wordt op een dergelijke wijze door de eerste plaat gedragen. De vier veeren vervullen in beide gevallen gelijktijdig de functie van een veerende bevestiging in

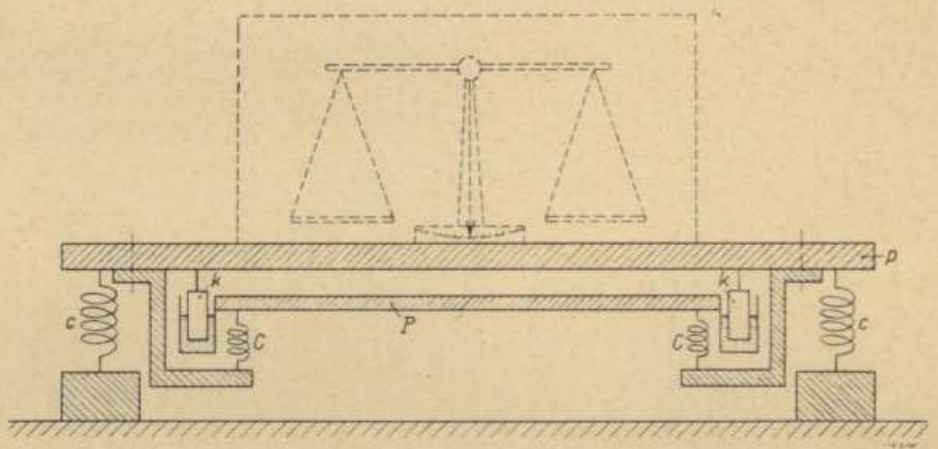


Fig. 2. Model van de practische uitvoering van een trillingsvrije opstelling met hulpmassa. De door de schroefveeren c ondersteunde plaat p met het daarop gemonteerde instrument vertegenwoordigt de hoofdmassa, de daaronder met behulp van de schroefveeren C bevestigde plaat P de hulpmassa. Tusschen deze beide platen zijn voorzieningen voor de demping k aangebracht.

De meest aangewezen elastische elementen voor een trillingsvrije opstelling zijn dan ook stalen schroefveeren. Deze kan men nl. gemakkelijk zóó construeeren, dat met een kracht van bijv. 10 kg reeds de gewenschte indrukking van ongeveer 3 cm wordt verkregen. Stalen schroefveeren bezitten een groot aantal duidelijke eigenfrequenties, met het gevolg, dat die trillingen, wier frequenties hiermede overeenkomen, in strijd met de vroeger gegeven beschouwingen toch op het instrument worden overgebracht. Dit feit wordt veelal als een ernstig bezwaar beschouwd, maar gelukkig liggen deze frequenties gewoonlijk zoo hoog, dat er — althans in ons geval — geen hinder van wordt ondervonden.

Nu is men over het algemeen gewend alleen gebruik te maken van de axiale stijfheid van dergelijke veeren; denk bijv. aan buffers, veerbalansen enz. de verticale èn in de beide horizontale richtingen.

De vraag doet zich voor, hoe de veeren moeten worden geconstrueerd om naast een bepaalde axiale stijfheid ook een bepaalde zijdelingsche stijfheid te verkrijgen. De berekening van de axiale stijfheid van een schroefveer, d.i. de kracht noodig per eenheid van lengteverandering, kan geschieden met behulp van de formule:

$$c = \frac{4m}{m+1} \frac{EI}{\pi n D^3},$$

(E = elasticiteitsmodulus, I = traagheidsmoment van de cirkelvormige draaddoorsnede, n = aantal windingen, D = wikkeldiameter, m = dwarscontractie of constante van Poisson; voor staal is $m = 10/3$.) Voor het berekenen van de zijdelingsche stijfheid echter moest eerst de theorie van de zijde-

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

lingsche uitbuiging van schroefveeren nader worden uitgewerkt [4]), waarbij tevens het gevaar van uitknikken onder oogen kon worden gezien. We willen hier slechts heel in het kort de belangrijkste resultaten vermelden.

Een slanke schroefveer zal bij samendrukken uitknikken, zoodra de belasting en daarmee ook de relatieve indrukking ξ een bepaalde waarde heeft bereikt. De kritische indrukking ξ_k blijkt — althans in eerste benadering [5]) — alleen af te hangen van het quotient van de lengte l_0 van de onbelaste veer en haar diameter D, de zg. slankheid van de veer. Het verband, dat wordt gevonden voor het geval de veer zich aan beide uiteinden evenwijdig aan zichzelf kan verplaatsen (zooals in fig. 2), is in *fig. 3*

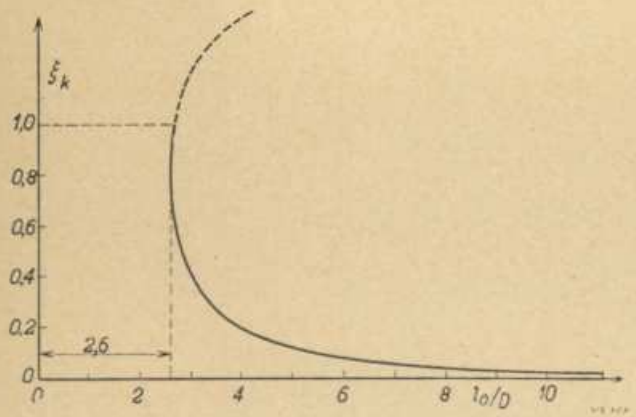


Fig. 3. Een schroefveer zonder axiale geleiding, die op druk wordt belast, zal uitknikken bij een bepaalde kracht, waarmee een bepaalde (kritische) indrukking ξ_k correspondeert. ξ_k blijkt alleen af te hangen van de slankheid l_0/D van de veer. Uit het hier weergegeven verband, dat geldt voor een aan beide uiteinden vrij draaibare of aan beide uiteinden evenwijdig aan zichzelf verschuifbare veer, ziet men, dat bij een slankheid $l_0/D < 2{,}6$ nooit uitknikken kan optreden. Ingeval beide uiteinden van de veer zijn ingeklemd moet l_0 opgevat worden als de halve veerlengte.

weergegeven. Men ziet, dat voor $l_0 < 2{,}6\,D$ nooit een uitknikken van de veer kan optreden. Deze voorwaarde zal men dus bij de constructie der veeren in acht moeten nemen.

Verder wordt de zijdelingsche uitbuiging van het vrije uiteinde van een axiaal samengedrukte veer onder gelijktijdige invloed van een dwarskracht L en een koppel M (*fig. 4*) gegeven door de betrekkingen:

$$\left.\begin{aligned} L &= c_1 y - c_2 \psi, \\ M &= -c_2 y + c_3 \psi. \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

waarbij ψ de draaiing van het bovenste uiteinde beteekent en c_1, c_2, c_3 stijfheidscoëfficienten zijn. Deze coëfficienten hangen met de axiale stijfheid c samen volgens de vergelijkingen:

$$\frac{c}{c_1} = \frac{m}{2\,(m+1)}\left[1 + \frac{2m+1}{3m}\left(\frac{l}{D}\right)^2\right] \cdot \varepsilon_1, \quad . \quad (2a)$$

$$\frac{c_2}{c_1} = \frac{1}{2}\, l \cdot \varepsilon_2, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2b)$$

$$\frac{c_3}{c_1} = \frac{mD^2}{4\,(2m+1)}\left[1 + \frac{4\,(2m+1)}{3m}\left(\frac{l}{D}\right)^2\right] \cdot \varepsilon_3. \quad . \quad (2c)$$

Hierin is l de lengte van de veer in belaste toestand en zijn ε_1, ε_2, ε_3 correctiefactoren, die afhangen van de relatieve axiale indrukking ξ en de slankheid l_0/D. In *fig. 5a-c* zijn deze drie factoren grafisch voorgesteld.

Passen we nu een en ander toe op de opstelling van fig. 2, dan kunnen wij in de eerste plaats de hoogte h van het elastische centrum boven het grondvlak der veeren berekenen.

Een horizontale kracht L door dit centrum zal krachtens de reeds gegeven definities alleen een zijdelingsche verschuiving y der plaat teweegbrengen; de plaat blijft horizontaal, dus $\psi = 0$. Uit (1) volgt, dat hiervoor het door L veroorzaakte koppel M moet bedragen:

$$M = -\frac{c_2}{c_1} \cdot L,$$

terwijl dit koppel anderzijds wordt gegeven door:

$$M = -(l-h) \cdot L.$$

Door eliminatie van M/L uit deze beide vergelijkingen en gebruikmakende van (2b) krijgen wij:

$$h = l\,(1 - {}^1\!/_2\,\varepsilon_2).$$

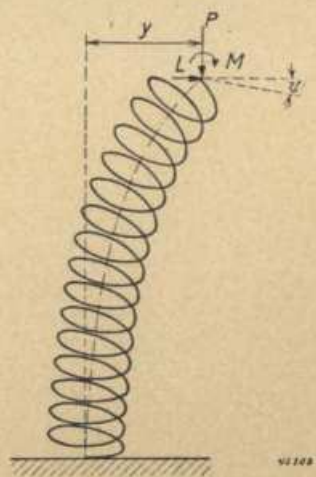


Fig. 4. Werkt op het vrije uiteinde van een eenzijdig vastgeklemde, axiaal door een gewicht P samengedrukte schroefveer een dwarsgerichte kracht L en een koppel M, dan treedt een zijdelingsche uitwijking y en een draaiing ψ van dit uiteinde op.

[4]) J. A. Haringx, On the buckling and the lateral rigidity of helical compression springs, Proc. Kon. Ned. Ak. Wet., Amsterdam, **45**, 533-539 en 650-654, 1942.

[5]) Een nauwkeurige berekening doet zien, dat de spoed en de draaddikte een zekere — overigens geringe — invloed uitoefenen. Deze berekening zal elders gepubliceerd worden in een verhandeling, waarin ook andere in dit artikel besproken problemen meer tot in bijzonderheden uitgewerkt worden.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

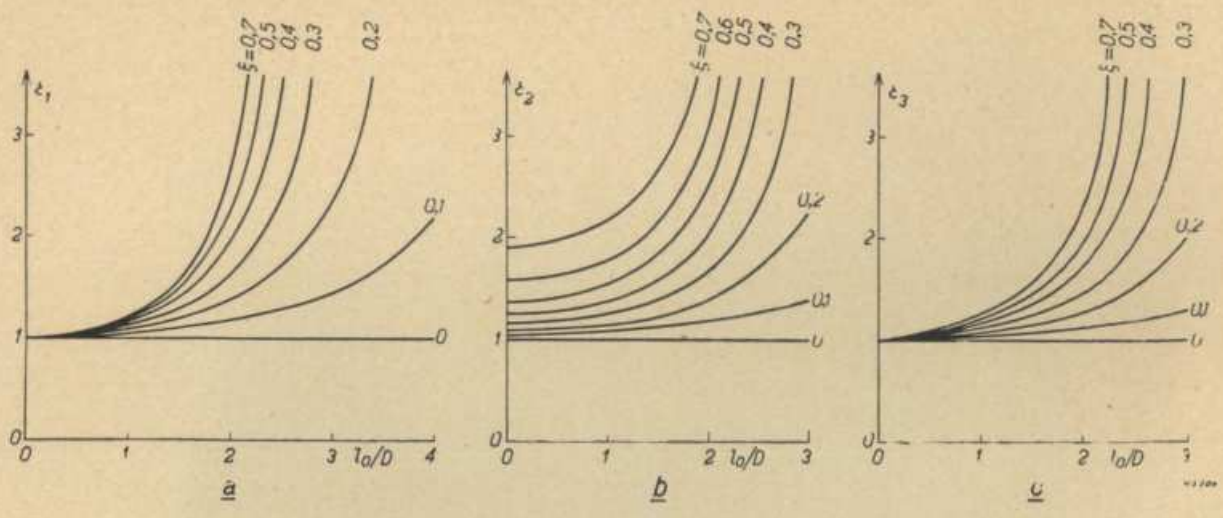


Fig. 5. De correctiefactoren ε_1, ε_2, ε_3, die in de formules (2) voorkomen, als functie van de slankheid l_0/D met de indrukking ξ als parameter.

Op deze hoogte moet dus het zwaartepunt van de bewegelijke massa der opstelling komen te liggen. Voorts geldt onder deze voorwaarde eenvoudig: $L = c_1 y$, zoodat verg. (2a) ons direct de veerstijfheid c_1 levert, die we voor het trillingsvrij maken van onze opstelling ten opzichte van dwarstrillingen in rekening moeten brengen.

Veelal zal men de opstelling in verticale en horizontale richting hetzelfde gedrag willen geven. Dan moet bij gebruik van uitsluitend verticale veeren o.a. $c_1 = c$ zijn. Hierdoor wordt een verband tusschen ξ en l_0/D vastgelegd, dat men kan afleiden uit verg. (2a) en fig. 5*a*. In *fig. 6* is dit verband grafisch voorgesteld. Met behulp daarvan kan men uit de voorgeschreven belasting en eigenfrequentie alle voorwaarden afleiden, waaraan de parameters van de veer (lengte, diameter, aantal windingen enz.) moeten voldoen.

In de grootheden c, c_1, c_2, c_3 kan ook de stijfheid van de opstelling ten opzichte van een koppel om één der elastische hoofdassen worden uitgedrukt, waarbij dan de bijdragen van de stijfheden c_1, c_2 en c_3 veelal zijn te verwaarloozen. Voor de bestrijding van de met dit koppel samenhangende rotatietrillingen gelden dan overigens precies dezelfde beschouwingen als hier werden gehouden voor translatietrillingen, waarbij alleen de diverse traagheidsmomenten in de plaats van de massa's komen. Daar zich hierbij geen belangwekkende nieuwe gezichtspunten voordoen, zullen we hier niet verder op ingaan.

De practische uitvoering van de demping

De demping kan men het beste verwezenlijken door vier aan de hulpmassa (plaat P in fig. 2) bevestigde en met olie van een bepaalde viscositeit gevulde bakjes k, waarin vier andere, aan de hoofdmassa (plaat p) bevestigde, bakjes zich naar alle richtingen met enkele mm speling vrij kunnen bewegen.

Wanneer men wenscht, dat de dempingscoëfficient k in horizontale en in verticale richting gelijk zal zijn, is het noodig de dempingsbakjes vierkant te maken en moeten zij, zooals een nadere berekening leert, gevuld worden tot een hoogte $H \approx 1{,}45\ B$, waarbij B de zijde van het grondvlak van het binnenste bakje is. De dempingscoëfficient is in dat geval ongeveer gelijk aan

$$k \approx 18 \frac{\eta B^4}{d^3}\left(1 + 2{,}5\ \frac{d}{B}\right),$$

waarbij d de afstand tusschen de wanden der twee bakjes is en η de viscositeit van de vloeistof.

Eventueel is door over te gaan op olie van iets andere viscositeit langs experimenteele weg de gunstigste demping in te stellen. Zeer nauw luistert dit echter niet, zooals wij in het onder [1]) aangehaalde

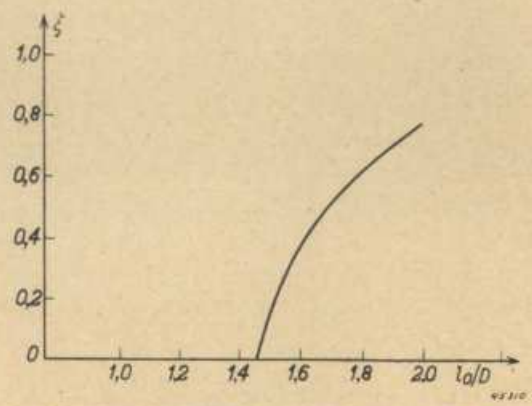


Fig. 6. Het verband tusschen de indrukking ξ en de slankheid l_0/D, dat volgt uit de voorwaarde, dat de veer dezelfde axiale en zijdelingsche stijfheid moet hebben.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

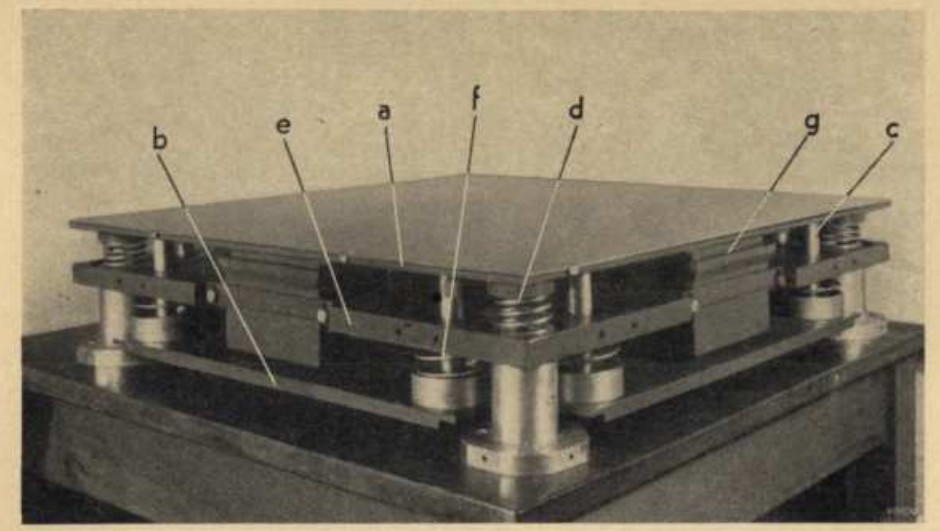


Fig. 7. Practische uitvoering van een trillingsvrije opstelling. De afmetingen van dit apparaat zijn $60 \times 60 \times 15$ cm; het gewicht bedraagt 110 kg. De twee platen *a* en *b* vormen samen de hoofdmassa. Zij zijn met twaalf staven *c* aan elkaar verbonden. Deze hoofdmassa rust op vier schroefveeren *d*. De hulpmassa *e* is met acht veeren *f* aan de hoofdmassa gekoppeld. Het bakje *g* is een der vier dempingselementen.

artikel hebben gezien. Ook bij tamelijk onjuiste afstelling vindt het uittrillen na een stoot nog voldoende snel plaats en wordt het meetrillen practisch in het geheel niet beïnvloed. Dat de afstelling niet critisch is, is maar gelukkig ook, want de viscositeit van de olie en daarmee de dempingskracht hangt sterk af van de temperatuur, zoodat we toch slechts bij één temperatuur het gunstigste gedrag kunnen krijgen.

In plaats van de vloeistofdemping, die we tot dusverre steeds hebben ondersteld, kan voor de vernietiging van de bewegingsenergie, die de opstelling door een stoot verkrijgt, ook een wrijvingsdemping dienen. Men kan bijv. aan de eene plaat in fig. 2 een stel veerende strookjes aanbrengen, die met een geringe kracht tegen de andere plaat drukken en bij een onderlinge beweging hier overheen wrijven. Bij voldoend groote amplituden kan men met deze zeer eenvoudige constructie een vrij snelle vernietiging van bewegingsenergie verkrijgen. Bij amplituden beneden een zekere kleine waarde treedt echter het min of meer onverwachte verschijnsel op, dat de wrijvingskrachtjes de ééne massa de beweging van de andere geheel doen meemaken. Zoodra dus de wrijvingsdemping tijdens het uittrillen de amplitude tot deze kleine waarde heeft doen dalen, treedt zij buiten werking, zoodat het instrument met deze kleine amplitude een langere tijd kan blijven natrillen. Voor sommige instrumenten, zooals meetklokjes, microscopen, niet al te gevoelige balansen, zal dit bij de gebruikelijke lage eigenfrequentie eventueel geen bezwaar zijn; bij galvanometers en andere uiterst gevoelige instrumenten daarentegen zal men uit dien hoofde gedwongen zijn een vloeistofdemping te gebruiken.

In *fig.* 7 is een trillingsvrije opstelling afgebeeld, in gebruik in dit laboratorium, die berust op de hier ontwikkelde theorie. Dit apparaat, dat een eigen gewicht heeft van 110 kg, kan gebruikt worden als opstelling voor instrumenten tot een gewicht van 35 kg. De eigenfrequentie (bij vastgekoppelde hoofd- en hulpmassa) ligt bij ca 3 per/sec. Zoowel wat het uittrillen als wat het meetrillen betreft voldoet de opstelling aan de verwachtingen.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

EEN MERKWAARDIGE EIGENSCHAP VAN TECHNISCHE VASTE DIËLECTRICA

door M. GEVERS en F. K. du PRÉ. 537.226.3:537.226.8

In dit artikel wordt een merkwaardige eigenschap van technische, vaste diëlectrica besproken, luidende: de verhouding tusschen de temperatuurcoëfficient van de diëlectrische constante ε en de grootheid tg δ (δ = verlieshoek) is voor de meeste materialen nagenoeg constant. In formule: $(1/\varepsilon)\partial\varepsilon/\partial T = A$ tg δ, waarin $0{,}04 < A < 0{,}09$ en meestal $A \approx 0{,}05$. Er wordt, van éénzelfde gezichtspunt uitgaande, een verklaring van deze en andere eigenschappen gegeven. Enkele uitzonderingen op de genoemde regel worden beschreven en verklaard, terwijl verder uit het voorafgaande eenige practische conclusies worden getrokken.

In de electrotechniek worden vaste diëlectrica voornamelijk op twee wijzen gebruikt, namelijk:

1) voor het geïsoleerd bevestigen en doorvoeren van toevoerleidingen,
2) als medium in condensatoren.

Voor de genoemde doeleinden zijn een groot aantal materialen in gebruik, die naar de aard hunner structuur en scheikundige samenstelling in de volgende groepen kunnen worden verdeeld:

a) natuurlijke diëlectrica, zooals barnsteen, mica, kwarts;
b) anorganische materialen, zooals glas, kwartsglas, porcelein, steatiet (Mg-silicaat), cordiëriet (MgAl-silicaten), rutiel (TiO_2) en verwante producten, Mg-titanaten;
c) organische materialen, zooals condensatie-producten (phenolformaldehydehars), polymerisatie-producten (polystyreen), rubber en eboniet.

De eigenschappen, die men van deze diëlectrica verlangt, hangen af van de aard der toepassing. In ieder geval is een min of meer goede isolatie vereischt. In geval (2) verlangt men meestal tevens een hooge waarde van de diëlectrische constante ε.

Een andere eisch die, in verband met het gebruik in de wisselstroomtechniek, meestal wordt gesteld is, dat het diëlectricum geringe diëlectrische verliezen moet vertoonen. In geval (1) is de redelijkheid van deze eisch duidelijk, aangezien verliezen leiden tot ongewenschte temperatuurverhooging en uiteindelijk tot doorslag en tot vernietiging van het materiaal. Maar ook in geval (2) zijn meestal lage diëlectrische verliezen gewenscht, namelijk dan wanneer van de kring, waarin het diëlectricum tusschen de platen van een condensator is opgenomen, een hooge selectiviteit wordt verlangd. In een vorig artikel [1]), waarin diëlectrische nawerkingsverschijnselen werden besproken, werd reeds gewezen op het feit, dat verliezen de selectiviteit ongunstig beïnvloeden. Dit wordt duidelijk als men bedenkt dat de invloed van deze verliezen overeenkomt met het opnemen van een weerstand in de LC-kring.

In vele gevallen zal men aan een trillingskring nog een tweede eisch moeten stellen, namelijk dat de frequentie van de kring min of meer onafhankelijk is van de temperatuur van de omgeving. In dit geval zal men dus van het medium verlangen dat de temperatuurcoëfficient van de diëlectrische constante klein is.

Uit het vorige blijkt, dat het van belang is, voor verschillende technische doeleinden zoowel de verliezen (bepaald door de zg. verlieshoek δ) als de temperatuurcoëfficient van de diëlectrische constante (kortheidshalve in het vervolg „temperatuurcoëfficient" genoemd) te meten. Aangezien de gegevens uit de literatuur in vele opzichten onvolledig waren, heeft men zich in het Philips laboratorium er op toegelegd, deze beide eigenschappen zoo nauwkeurig mogelijk te bepalen [2]). Daarbij is een merkwaardig verband tusschen beide grootheden voor den dag gekomen, namelijk dat, afgezien van enkele nader te noemen uitzonderingen, de stoffen die een hooge temperatuurcoëfficient vertoonen, tegelijkertijd een groote verlieshoek bezitten, terwijl de verhouding tusschen beide grootheden ten naaste bij constant is.

Theoretisch kan men dit begrijpen door te bedenken dat zoowel de verliezen als de temperatuurcoëfficient door zoogenaamde nawerkingsverschijnselen worden beïnvloed.

In dit artikel zullen over de meergenoemde eigenschappen eenige numerieke gegevens worden medegedeeld. Verder zullen, uitgaande van bepaalde voorstellingen omtrent de oorzaak van de nawerking (nl. dipolen, die met vertraging in een veld gericht worden), uitdrukkingen voor de verlieshoek en de temperatuurcoëfficient worden afgeleid, waarbij de genoemde evenredigheid voor den dag komt, terwijl de waarde van de evenredigheidsconstante blijkt overeen te stemmen met de experimenteel gevonden waarde.

[1]) J. L. Snoek en F. K. du Pré, Philips techn. T. 8, 57, 1946.

[2]) Vgl. M. Gevers, Philips Res. Reports 1, 197, 279, 361, 447, 1946.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Diëlectrische verliezen

Onderstellen we, dat een diëlectricum zich bevindt in een constant electrisch veld E. Onder invloed van dit veld ontstaat een diëlectrische verschuiving D, waarbij

$$D = \varepsilon E \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Hierin is ε de diëlectrische constante.

Bevindt het diëlectricum zich niet in een constant, maar in een periodiek veranderend electrisch veld $E = E_0 \cos \omega t$, dan vloeit door de condensator een wisselstroom, welke evenredig is met dD/dt. Hierbij is, indien het diëlectricum verliesvrij is, het verband tusschen D en E gegeven door (1), zoodat

$$D = \varepsilon E_0 \cos \omega t = D_0 \cos \omega t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Vertoont echter de isolator verliezen, dan geldt

$$D = D_0 \cos (\omega t - \delta), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

waarbij δ de verlieshoek wordt genoemd. De amplitude D_0 zal in het algemeen verschillen van die in het ideale geval (1), terwijl zoowel D_0 als δ tevens nog van de frequentie kunnen afhangen.

Schakelt men parallel aan een condensator (capaciteit C) een weerstand R_p, dan ontstaat tusschen stroom en spanning een faseverschil δ, waarbij

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{\omega C R_p}.$$

Hieruit ziet men hoe het optreden van een faseverschuiving aequivalent is met de aanwezigheid van een weerstand in de keten. Ten gevolge hiervan treedt in het diëlectricum een warmte-ontwikkeling op, die per volume-eenheid en per seconde wordt gegeven door

$$W = {}^1/_2 E_0 D_0 \omega \sin \delta \approx {}^1/_2 E_0 D_0 \omega \operatorname{tg} \delta, \quad . \quad . \quad (4)$$

aangezien meestal $\delta < 0{,}01$ en dus het verschil tusschen δ, tg δ en sin δ te verwaarloozen is.

Deze warmte-ontwikkeling kan soms tot hinderlijke temperatuurstijgingen aanleiding geven.

Gezien nu het belang voor de electrotechniek om over diëlectrica te kunnen beschikken die zoowel geringe diëlectrische verliezen als een geringe temperatuurcoëfficient van de diëlectrische constante vertoonen, is het begrijpelijk dat voor vele stoffen deze grootheden zijn gemeten. Gewoonlijk karakteriseert men de meetresultaten, wat de verliezen betreft, door de waarde van tg δ op te geven, waarin δ de faseverschuiving uit formule (3) is, terwijl voor de effectieve diëlectrische constante het quotient $D_0/E_0 = \varepsilon$ kan worden gekozen [3]).

Resultaten der metingen

Na deze voorbereiding formuleeren we thans de resultaten van de metingen. Het bleek, dat vele der onderzochte technische vaste diëlectrica de volgende eigenschappen bezitten:

1) tg δ is vrijwel onafhankelijk van de frequentie in een groot gebied en geheel onafhankelijk van de amplitude van het meetveld.
2) De diëlectrische constante ε is a) vrijwel onafhankelijk van de frequentie en b) heeft meestal een positieve temperatuurcoëfficient.
3) Tusschen tg δ en de temperatuurcoëfficient van de diëlectrische constante ε bestaat de betrekking

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} = A \operatorname{tg} \delta, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

waarin A slechts weinig afhangt van de aard van de stof en van de frequentie en omgekeerd evenredig is met de absolute temperatuur T. Bij kamertemperatuur is $A \approx 0{,}05$.

In onderstaande tabel zijn eenige voorbeelden opgesomd. De metingen zijn gedaan bij kamertemperatuur en bij een frequentie van $1{,}5 \cdot 10^6$ per/sec. We zien, hoe ondanks het feit, dat de waarden van tg δ sterk uiteenloopen, de waarde van $A \cdot 10^2$ slechts varieert tusschen 4,4 en 9 en meestal ongeveer 5 bedraagt.

Materiaal	tg $\delta \cdot 10^4$	$\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \cdot 10^6$	$A \cdot 10^2$
Kwartsglas	1,0	9,0	9
Mica	1,1	5,5	5,0
Kersima *	8,1	51,0	6,3
Boriumglas *	13,1	107	8,2
Cu-Zn-ferriet	32	141	4,4
Mycalex	38	190	5,0
G 40 glas *	40	240	6,0
Eboniet	81	460	5,7
Röntgenglas *	100	580	5,8
„Pliofilm"	300	1440	4,8
Celluloid	450	2600	5,8
„Pertinax"	550	3020	5,5
„Novotext"	850	4760	5,6

*) Producten van Philips. „Kersima" is een keramisch product, hoofdzakelijk Mg-silicaat, G 40 is een NaK-borosilicaatglas, Röntgenglas een NaCa-silicaatglas.

Het bijzondere van de materialen, waarvoor de genoemde eigenschappen gelden, is dit, dat ze meestal een onregelmatige inwendige structuur bezitten, dwz. deze stoffen zijn in een glasachtige toestand of vertoonen althans een sterke onregelmatige verstoring van de éénkristal-toestand.

[3]) Men zou $E = E_0 \cos \omega t$ en de grootheid D uit formule (3) ook als complexe grootheden kunnen schrijven. Het naar analogie van (1) gevormde quotient $D/E = \varepsilon$ zou dan eveneens een complex getal worden, waarvan $|\varepsilon| = D_0/E_0$ de absolute waarde zou voorstellen. Wij hebben in de schrijfwijze $|\varepsilon|$ voor het quotient D_0/E_0 ter vereenvoudiging de streepjes | | weggelaten. Men vergelijke ook M. Gevers, Philips Res. Reports 1, 197, 1946, speciaal blz. 197 en 198.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

We moeten hierbij vermelden, dat de eigenschappen (1) en (2) reeds geruime tijd bekend waren. Zoo had zelfs reeds in 1914 Wagner een theorie van de diëlectrische verliezen opgesteld en speciaal van het verloop er van met de frequentie, waaruit de gevolgtrekking kon worden gemaakt, dat onder bijzondere omstandigheden tg δ in een groot gebied onafhankelijk van de frequentie kon zijn. Eigenschap (3) echter was nog niet eerder geconstateerd en is naar onze meening de merkwaardigste. Zij heeft ook een belangrijke practische consequentie. Immers, men zoekt vaak naar stoffen met een lage temperatuurcoëfficient van de diëlectrische constante. De genoemde eigenschap levert hiervoor de aanwijzing, dat men in het algemeen niet zal moeten zoeken onder de stoffen die een hooge waarde van de verlieshoek δ bezitten.

Het is nu onze bedoeling te laten zien, hoe door beschouwingen, die gedeeltelijk zeer analoog zijn aan die van Wagner, niet alleen de eerste doch ook de andere eigenschappen begrijpelijk kunnen worden gemaakt.

We onderstellen hierbij, zooals dat gewoonlijk gebeurt, dat de diëlectrische verliezen in isoleerende vaste stoffen, zooals de bovengenoemde, afkomstig zijn van een der volgende oorzaken:

a) de aanwezigheid van dipolen, die slechts met een zekere vertraging de wisselingen van een uitwendig veld kunnen volgen,
b) de aanwezigheid van afzonderlijke halfgeleidende gebiedjes in de stof, waarbij het ladingstransport naar de eene of andere zijde van het gebiedje een merkbare vertraging vertoont,
c) de aanwezigheid van vrije ionen.

Natuurlijk kan zich ook een combinatie van (a), (b) en (c) voordoen. Het is gebleken dat elk der oorzaken afzonderlijk de experimenteel gevonden eigenschappen kan doen optreden. Voorloopig echter specialiseeren we ons op het eerste geval.

Verklaring der meetresultaten

De zooeven genoemde oorzaken (a), (b) en (c) hebben dit gemeen, dat zij aanleiding geven tot nawerkingsverschijnselen.

In het reeds genoemde vorige artikel werd de invloed van nawerking op de verschijnselen in een diëlectricum besproken. Het bleek, dat als plotseling ($t = 0$) een constante veldsterkte $E = E_0$ wordt aangebracht (*fig. 1*), de diëlectrische verschuiving zich gedraagt volgens de formule:

$$\left.\begin{aligned} D &= E_0\,(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 f(t)), \\ f(t) &= 1 - e^{-t/\tau} \text{ als } t > 0,\ f(t) = 0 \text{ als } t < 0. \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

De grootheid ε_1 is bepaald door de polariseerbaarheid der atomen; tot ε_1 dragen dus alle atomen van de stof min of meer bij. De grootheid ε_2 is afkomstig van de bewegelijke dipolen, zoodat dus meestal $\varepsilon_2 \ll \varepsilon_1$. De grootheid τ wordt relaxatietijd genoemd.

Wordt in plaats van een constante veldsterkte op het tijdstip $t = 0$ een variabele veldsterkte $E = E_0 \cos \omega t$ aangebracht, dan wordt

$$D = K \cos \omega t + L \sin \omega t + M e^{-t/\tau}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7a)$$

waarin

$$K = E_0 (\varepsilon_1 + \frac{\varepsilon_2}{1 + \tau^2 \omega^2}),\ L = E_0 \varepsilon_2 \frac{\tau \omega}{1 + \tau^2 \omega^2},\ M = \frac{-E_0 \varepsilon_2}{1 + \tau^2 \omega^2}. \quad (7b)$$

De derde term in (7a) sterft spoedig uit en is voor $t \gg \tau$ te verwaarloozen, zoodat (7a) wordt gereduceerd tot

$$D = K \cos \omega t + L \sin \omega t = \sqrt{K^2 + L^2} \cos (\omega t - \text{bg tg } \frac{L}{K}), \quad (8)$$

welke uitdrukking van de gedaante (3) is. Hierbij is $\varepsilon = \sqrt{K^2 + L^2}/E_0$ dus de diëlectrische constante, terwijl $\text{tg } \delta = L/K$.

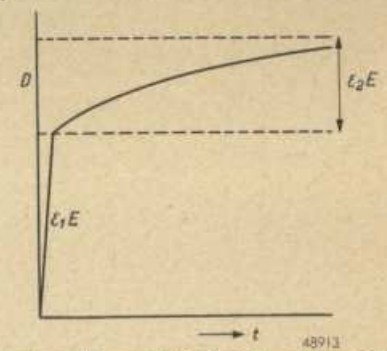


Fig. 1. Het verloop der verschuiving D met de tijd t, indien ten tijde $t = 0$ plotseling een electrisch veld E wordt ingeschakeld, dat de verschuiving $\varepsilon_1 E$ veroorzaakt. De bijdrage die veroorzaakt wordt door het zich instellen der dipolen neemt geleidelijk toe van nul tot $\varepsilon_2 E$.

Zijn er verscheidene relaxatietijden $\tau_1, \tau_2 \ldots$. tegelijkertijd aanwezig, dan is

$$K = E_0 (\varepsilon_1 + \sum_m \frac{\varepsilon_m}{1 + \tau_m^2 \omega^2}) \text{ en } L = E_0 \sum_m \frac{\varepsilon_m \tau_m \omega}{1 + \tau_m^2 \omega^2} \quad . \quad (9)$$
$$m = 2, 3, 4, \ldots$$

Aangezien de waarden ε_m meestal zeer klein zijn vergeleken bij ε_1, mag men L naast K verwaarloozen en in vele gevallen in K zich beperken tot de eerste term.

Voor de verklaring van de nawerkingen volgens de onderstelling (a) maken wij nu gebruik van beschouwingen van Debije, welke door hem oorspronkelijk werden toegepast op vloeibare diëlectrica. Hierbij wordt ondersteld, dat in een isoleerende, visqueuze (taai vloeibare) vloeistof zich een aantal, bolvormig gedachte, moleculen bevinden, welke drager zijn van een dipool. In eerste instantie denken we ons alle moleculen gelijk; hun aantal per cm^3 zij n.

De formule waartoe Debije komt en die, zooals vanzelf spreekt, groote overeenkomst vertoont met de vroeger [1]) afgeleide uitdrukkingen, luidt:

$$D = E_0 \left(\varepsilon_1 + \frac{na}{1 + \tau^2 \omega^2} \right) \cos \omega t +$$
$$+ E_0 \frac{na \cdot \tau \omega}{1 + \tau^2 \omega^2} \sin \omega t, \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

waarbij τ de relaxatietijd en a de maximaal mogelijke bijdrage per deeltje tot de diëlectrische constante voorstelt. Men vindt dus bij benadering voor de diëlectrische constante en de fasehoek:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \frac{na}{1 + \tau^2\omega^2}, \quad \ldots\ldots \quad (11a)$$

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{na}{\varepsilon_1} \frac{\tau\omega}{1 + \tau^2\omega^2} \quad \ldots\ldots \quad (11b)$$

Als functie van ω heeft (11b) een maximum bij $\omega = 1/\tau$ (*fig. 2*).

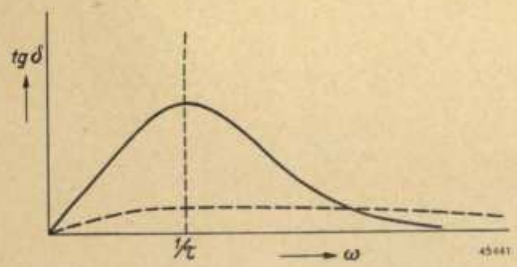


Fig. 2. De getrokken kromme stelt het verloop van de tangens van de verlieshoek δ met de hoekfrequentie ω volgens Debije voor. τ is de insteltijd (relaxatietijd). De gestippelde kromme heeft betrekking op het geval dat er verschillende groepen van dipolen met verschillende waarden van τ aanwezig zijn.

Deze oorspronkelijk voor een model van een vloeibaar diëlectricum afgeleide formules worden nu ook toegepast op de vaste stof, alhoewel wij ons in dit geval niet zoo'n duidelijk beeld kunnen vormen van de wrijvingskrachten, die zich tegen de orientatie van de dipolen verzetten. Men kan onderstellen dat de, in de vaste stof aanwezige, dipolen aan een aantal voorkeurstanden zijn gebonden en dat ten gevolge daarvan, bij de overgang van een bepaalde orientatie in een andere, een aantal tusschen de voorkeurstanden gelegen „potentiaalheuvels" moet worden overwonnen ten koste van een zekere energie q („activeeringsenergie").

Belangrijk voor ons betoog is nu dat τ zeer sterk afhangt van de temperatuur. Uit de kinetische warmtetheorie volgt namelijk:

$$\tau = \tau_0\, e^{q/kT},$$

waarin τ_0 de beteekenis heeft van een materiaalconstante. Verder is q/k, waarin k de Boltzmannconstante voorstelt, van de grootte-orde 10000 °K.

Zoowel de theorie als het experiment leeren, dat τ_0 ten hoogste 10^{-13} sec is, doch ook aanzienlijk kleiner kan zijn, bijv. 10^{-20} sec.

Na deze voorbereidingen over de berekeningen van Debije en over de relaxatietijd τ — die beide betrekking hadden op isolatoren met een zeer regelmatige inwendige structuur (alle dipolen gelijk) — keeren we terug tot de technische diëlectrica.

De speciale onderstelling, waaruit de drie boven genoemde eigenschappen volgen, is nu, dat in de onderzochte technische vaste diëlectrica, die alle een onregelmatige inwendige structuur hebben, een groote spreiding in de waarden van de activeeringsenergie q voorkomt. Dit wil dus zeggen, dat niet alle dipolen dezelfde relaxatietijd bezitten en dat de optredende verschillen veroorzaakt zijn door verschillen in de waarden van q. Alle waarden van q in een zeker interval zullen kunnen voorkomen.

Het meeste interesseert ons de eigenschap (3) en de hierbij voorkomende constante A. De theorie, gebaseerd op de zoojuist vermelde speciale onderstelling, levert hiervoor de formule:

$$A = \frac{2}{\pi} \frac{\ln \tau_0\omega}{T} \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

We willen hier in het kort aangeven, hoe uit de aangegeven fundamenteele onderstelling de drie eigenschappen (1), (2), (3) volgen en hoe in het bijzonder de formule voor de constante A wordt afgeleid. Hiertoe moeten wij eerst de gemaakte onderstelling nog nader preciseeren. Zij n het totale aantal dipolen dat per cm³ aanwezig is. We onderstellen dan, dat het gedeelte van dit aantal, dat bij de instelling in een electrisch veld een waarde van q vertoont gelegen tusschen q en $q + dq$, kan worden voorgesteld door:

$$n \cdot G(q)\, dq \qquad (\text{waarbij } \int G(q)\, dq = 1),$$

waarin $G(q)$ in een zeker gebied slechts langzaam met q varieert. Deze laatste voorwaarde zullen we in de loop onzer beschouwingen nog nader kunnen formuleeren. Het verloop van $G(q)$ kan echter voor de eene en voor de andere stof nog zeer verschillend zijn. We treffen dus per cm³ in de stof aan: $n \cdot G(q)\, dq$ dipolen, die alle de insteltijd $\tau = \tau_0 e^{q/kT}$ bezitten.

Ter vereenvoudiging onderstellen we, dat τ_0 en a niet van q afhangen. Het is echter gemakkelijk na te gaan, dat de te volgen wijze van berekenen ook blijft opgaan, wanneer deze grootheden wel — doch niet zeer sterk — van q afhangen.

Voor de totale diëlectrische constante en de fasehoek vindt men nu:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + na \int_0^\infty \frac{1}{1 + \tau^2\omega^2}\, G(q)\, dq \quad \ldots \quad (13a)$$

$$\text{en} \quad \operatorname{tg}\delta = \frac{na}{\varepsilon_1} \int_0^\infty \frac{\tau\omega}{1 + \tau^2\omega^2}\, G(q)\, dq \quad \ldots\ldots \quad (13b)$$

waarin $\tau = \tau_0\, e^{q/kT}$, terwijl ε_1 de gewone diëlectrische constante voorstelt, die de stof zou vertoonen, wanneer de dipolen zich niet zouden kunnen bewegen.

Uit deze uitdrukkingen, die niets anders zijn dan een generalisatie der formules (11a) en (11b) van Debije, volgen nu de genoemde drie eigenschappen. We herleiden deze formules echter eerst nog eenigszins om er gemakkelijk conclusies uit te kunnen trekken.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Voor ε kan men namelijk schrijven:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + na \int_0^{q_m} G(q)\,dq, \quad \ldots \quad (14a)$$

waarin q_m die waarde van q is, waarvoor $\tau\omega = 1$, namelijk $q_m = -kT \ln \tau_0\omega$, terwijl voor tg δ geldt:

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{\pi}{2}\frac{na}{\varepsilon_1} G(q_m)\,kT \quad \ldots \quad (14b)$$

De formules (14a) en (14b) kan men aldus interpreteeren: tot ε dragen slechts die dipolen bij, waarvan de relaxatietijd kleiner is dan $1/\omega$ (de andere zijn „te traag"); de verliezen worden veroorzaakt door een groep dipolen, waarvan de relaxatietijd ongeveer $1/\omega$ bedraagt.

Bij de afleiding van (14a) en (b) is gebruik gemaakt van de eigenschap, dat $G(q)$ „langzaam" met q verandert. De eisch is, dat G weinig varieert in een interval voor q, waarin $\tau\omega/1+\tau^2\omega^2$ merkbaar van nul verschilt.

Uit de uitdrukkingen (14a) en (14b) voor ε en tg δ volgen nu de experimenteel gevonden bijzonderheden, hetgeen we achtereenvolgens voor de eigenschappen (1), (2) en (3) zullen nagaan.

Eigenschap (1)

Om in te zien, dat tg δ vrijwel niet afhangt van ω, merken we op dat $q_m = -kT \ln \tau_0\omega$ slechts geringe variaties met ω vertoont. Want, als $\tau_0 = 10^{-14}$ sec, dan is

$-\ln \tau_0\omega = 27{,}6$, bij $\omega = 10^2$ rad/sec,
$-\ln \tau_0\omega = 11{,}5$ bij $\omega = 10^9$ rad/sec.

De verandering van q_m is dus slechts een factor 2,5 bij de enorme wijziging in ω met een factor 10^7. Bij kleinere τ_0 is de variatie nog geringer. Omdat nu G weinig van q_m afhangt in een geschikt gebied, zal dus tg δ weinig van ω afhangen. Dit „geschikte gebied" behoeft dus hoogstens een factor 2,5 in de waarden van q te beslaan, in de omgeving van q_m.

Een afhankelijkheid van tg δ van de amplitude E_0 treedt in het geheel niet op.

Eigenschappen (2a) *en* (2b)

Om de eigenschap (2a) te bewijzen, bedenke men dat

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial\omega} = \frac{\partial\varepsilon}{\partial q_m}\cdot\frac{dq_m}{d\omega} = -G(q_m)\frac{kT}{\omega} = -\frac{2\varepsilon_1}{\pi\omega}\operatorname{tg}\delta.$$

In het frequentiegebied, waar tg δ vrijwel onafhankelijk is van ω, geldt dus, zooals door integratie van bovenstaande formule blijkt,

$$\varepsilon - \varepsilon(\omega_0) = -\frac{2\varepsilon_1}{\pi}\operatorname{tg}\delta \ln\frac{\omega}{\omega_0},$$

waarbij ω_0 het begin is van het genoemde frequentiegebied. We kiezen om de gedachten te bepalen $\omega_0 = 10^2$ rad/sec en $\omega = 10^9$ rad/sec, terwijl bijv. moge gelden, dat tg $\delta = 10^{-2}$ bij $\omega = \omega_0$. Dan wordt: $\varepsilon = \varepsilon(\omega_0) - 2\varepsilon_1/\pi$ tg δ ln 10^7. Aangezien tg $\delta = 10^{-2}$, krijgen we $\varepsilon = \varepsilon(\omega_0)\cdot(1-0{,}1)$. Bij een frequentiewijziging van 10^2 tot 10^9 rad/sec verandert ε dus slechts met 10 %.

We beschouwen thans nog de temperatuurcoëfficient $(1/\varepsilon)\partial\varepsilon/\partial T$, waarvan we willen aantoonen, (eigenschap 2b) dat hij positief is.

Uit (14a) volgt:

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial T} = \frac{\partial\varepsilon_1}{\partial T} + \frac{\partial\varepsilon}{\partial q_m}\cdot\frac{dq_m}{dT} = \frac{\partial\varepsilon_1}{\partial T} - na\,G(q_m)\,k \ln \tau_0\omega. \quad (15)$$

In het algemeen blijkt, dat $\partial\varepsilon_1/\partial T$, veroorzaakt door het uitzetten van de stof bij temperatuurverhooging, te verwaarloozen is ten opzichte van de tweede term. De tweede term is bij de in de practijk voorkomende waarden van τ_0 en ω steeds positief. We vinden dus, dat de temperatuurcoëfficient positief is, terwijl met goede benadering geldt:

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial T} = -na\,G(q_m)\,k \ln \tau_0\omega \quad \ldots \quad (16)$$

Eigenschap (3)

Om nu nog de eigenaardige relatie $(1/\varepsilon)\partial\varepsilon/\partial T = A$ tg δ af te leiden merken we op, dat de zoojuist, door gebruik te maken van de uitdrukking voor tg δ, gevonden formule (16) als volgt geschreven kan worden:

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial T} = -\frac{2\varepsilon_1 \operatorname{tg}\delta}{\pi T} \ln \tau_0\omega,$$

zoodat

$$\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial T} = -\frac{2}{\pi}\frac{\ln \tau_0\omega}{T}\operatorname{tg}\delta = A \operatorname{tg}\delta. \quad \ldots \quad (17)$$

Dus geldt:

$$A = -\frac{2}{\pi}\frac{\ln \tau_0\omega}{T} \quad \ldots \quad (12)$$

De aldus bepaalde „constante" A hangt slechts uiterst weinig van de frequentie af, want kiezen we $T = 300$ °K, dan vinden we met $\tau_0 = 10^{-14}$ sec:

$A = 0{,}058$ bij $\omega = 10^2$ rad/sec en
$A = 0{,}024$ bij $\omega = 10^9$ rad/sec,

terwijl bij $\tau_0 = 10^{-20}$ sec geldt:

$A = 0{,}088$ bij $\omega = 10^2$ rad/sec,
$A = 0{,}054$ bij $\omega = 10^9$ rad/sec.

Hieruit volgt, dat, al loopen de waarden van τ_0 voor de verschillende stoffen nog vele factoren 10 uiteen, we toch steeds bij kamertemperatuur voor A slechts weinig uiteenloopende waarden zullen vinden bij metingen in het gebruikelijke frequentiegebied. De berekende A stemt behoorlijk overeen met de gemeten waarden, die in de omgeving van 0,05 liggen.

Tot nu toe hebben we ons gespecialiseerd op het geval (a), waarin de verliezen door dipolen veroorzaakt zouden zijn. We kunnen nu nog een geheel analoge redeneering houden voor de gevallen (b) en (c), waarin halfgeleidende gebiedjes of vrije ionen de oorzaak zijn. Het zou ons intusschen te ver voeren om deze mogelijkheid even uitvoerig te behandelen als voor geval (a) reeds is geschied. Het feit dat de gevonden eigenschappen zoowel op de oorzaak (a) als op de oorzaken (b) en (c) terug te voeren zijn, brengt echter tevens met zich mee, dat het voor een gegeven stof moeilijk is uit te maken, of de verliezen veroorzaakt worden door (a), door (b), of door (c), of door eenige van deze oorzaken tezamen.

Uitzonderingen

Bij de bovengenoemde verklaring van eigenschap

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

(3) werd aangenomen dat $\partial\varepsilon_1/\partial T$ een te verwaarloozen kleine grootheid is. In de meeste gevallen gaat dit ook op, maar er zijn enkele uitzonderingen. De theorie leert nl. (zie noot [2])) dat voor het van de nawerking onafhankelijke deel ε_1 van de diëlectrische constante ε geldt:

$$\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial T} = -\alpha_{\text{lin}} \frac{(\varepsilon_1 - 1)(\varepsilon_1 + 2)}{\varepsilon_1}, \quad . \quad (18)$$

waarin α_{lin} de lineaire uitzettingscoëfficient voorstelt. Hieruit volgt dat $\partial\varepsilon_1/\partial T$ negatief en in absolute waarde grooter is, naarmate α_{lin} en ε_1 grooter zijn.

Terwijl nu eenerzijds de uitzettingscoëfficient zelden abnormaal groote waarden aanneemt, komen daarentegen hooge waarden van ε_1 (en dus ook van ε) wel degelijk voor. In tegenstelling tot de meeste stoffen, die een waarde van ε hebben tusschen 1 en 10, is bijvoorbeeld voor de stof rutiel (TiO_2) $\varepsilon \approx 100$. Voor dergelijke stoffen geldt nu niet meer dat $\partial\varepsilon_1/\partial T$ te verwaarloozen is, zooals bij de afleiding van de formule voor A (formule (16)) wordt verondersteld.

Dientengevolge gaan de eigenschappen (2b) en (3) voor deze stoffen niet op. Onder invloed van de term $\partial\varepsilon_1/\partial T$ hebben ze een lagere positieve temperatuurcoëfficient dan men volgens formule (5) zou verwachten en in sommige gevallen, vooral indien tg δ klein is, zelfs een negatieve temperatuurcoëfficient.

In gevallen waarin men een materiaal met een zeer kleine temperatuurcoëfficient van de diëlectrische constante noodig heeft, zal men dus op twee manieren zijn keuze kunnen doen. Als men stoffen wil gebruiken met normale waarden van ε, waarvoor de eigenschap (3) geldt, zal men, zooals in het begin werd gezegd, moeten zoeken onder de stoffen die een lage waarde van de verlieshoek δ bezitten. De andere mogelijkheid is, dat men stoffen met een hooge ε gebruikt, waarvoor eigenschap (3) niet geldt. Met deze stoffen kan men dan desgewenscht ook negatieve temperatuurcoëfficienten verkrijgen.

Het laatst verschenen nummer van *Philips Research Reports* (No. 6 van jaargang 1, December 1946) bevat de volgende artikelen:

R27: N. G. de Bruijn: A note on van der Pol's equation.

R 28: T. Jurriaanse: The influence of gas density and temperature on the normal cathode fall of a gas discharge in rare gases.

R 29: J. W. L. Köhler and C. G. Koops: A new alternating current bridge for precision measurements.

R 30: M. Gevers: The relation between the power factor and the temperature coefficient of the dielectric constant of solid dielectrics, V.

R 31: K. F. Niessen: A new method for the determination of the electric constants of the earth's surface.

Degenen die voor een der bovenvermelde artikelen belangstelling hebben, kunnen zich wenden tot de Administratie van het Natuurkundig Laboratorium, Kastanjelaan, Eindhoven, waar een beperkt aantal overdrukken voor gratis verspreiding ter beschikking is.
Voor een abonnement op Philips Research Reports wende men zich tot den uitgever van het Philips Technisch Tijdschrift.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!